SPRAWOZDANIE ÓSME

DYREKCYI C. K. III. GIMNAZYUM

W KRAKOWIE

ZA ROK SZKOLNY 1891.

TREŚĆ:



W KRAKOWIE.
NAKŁADEM FUNDUSZU NAUKOWEGO.

Druk Wł. L. Anczyca i Spółki, pod zarządem Jana Gadowskiego.
1891.



Teoryja linii loxodromicznéj i trójkąta loxodromicznego

w zastosowaniu do kreślenia map morskich i rozwiązywania zagadnień z zakresu nautyki.

Rzuty, na których opiera się rysowanie map morskich, należą do tak zwanych rzutów rozwijalnych walcowych, które dzielimy na *a)* rzuty płaskie, *b)* zredukowane i *c)* równowalcowe. Rzuty zaś płaskie mogą być prostokątne albo kwadratowe, a rzuty równowalcowe albo proste albo stenoteryczne [1].

Rzut płaski prostokątny rozwinął się w starożytności (Eratostenes, Strabon, Markus Wipsanijus Agryppa, Marynus z Tyru, Ptolemeus). Z rzutu tego wytworzył się w 15. wieku tak zwany rzut nibyrozwijalny trapezowy (Mikołaj Donis, Robert de Vaugondy). Rzuty płaskie kwadratowe powstały prawdopodobnie na początku 14. wieku. Do końca 12. wieku żeglarze morza Śródziemnego trzymali się w swych podróżach wybrzeży stałego lądu, kierując się podług słońca i gwiazdy biegunowéj. Atoli już między latami 1180—1190 poznali bardzo prosty przyrząd, t. j. busolę, któréj w 13. wieku, zwłaszcza r. 1286, powszechnie już używali żeglarze morza Śródziemnego. Na podstawie busoli rysowali najprawdopodobniéj żeglarze genueńscy mapy wybrzeży, wzdłuż których żeglowali. Są to tak zwane mapy kompasowe.

Główną przyczyną tak wczesnego i szybkiego rozszerzenia się rzutów płaskich, zwłaszcza w wiekach średnich, nie była prostota ich konstrukcyi, ale ich praktyczność dla żeglarzy. Używano ich téż przeważnie do rysowania map morskich. Dla żeglarza podrzędnego znaczenia jest dokładne skreślenie postaci stałych lądów, jeżeli nie płynie wzdłuż wybrzeży, tylko puszcza się na otwarte morze. A że od 12. wieku znali żeglarze europejscy busolę, potrzebowali tylko zaznaczyć kierunek, w którym okręt ma płynąć, i starać się wśród drogi o zachowanie ile możności tegosamego kierunku biegu okrętu. Okazała się przeto potrzeba oznaczenia prostym sposobem na mapie kierunku, w którym okręt z danego stanowiska *A* ma płynąć do drugiego stanowiska *B*. To oznaczenie biegu okrętu na mapie wtedy byłoby najprostsze, gdyby linija, którą okręt

---

[1] Zarys historyczny sposobów kreślenia kart geograficznych. Napisał Bronisław Gustawicz. Osobne odbicie ze sprawozdania c. k. gimnazyjum św. Anny za rok 1882. W Krakowie. 1882. VIII. str. 63.

opisuje na powierzchni ziemi, płynąc ustawicznie ku téjżesaméj stronie świata, przedstawiała się w rzucie, t. j. na mapie, jako prosta linija. To zaś tylko wtedy jest możliwe, gdy południki w rzucie są prostymi równoległymi w równych odstępach bieżącymi, a równoleżniki prostymi do południków prostopadłymi linijami. Linija ta krzywa, opisana przez okręt na kuli ziemskiéj, ma tę własność, że przecina wszystkie południki pod tymsamym kątem. Zowie się ona loxodromiją albo loxodromiczną krzywą, t. j. liniją skośnego biegu. Leibnitz nadaje jéj miano rombowéj linii (od wyrazu łać. rhombus, franc. le rumb, znaczącego kierunek wiatru).

Atoli teoryja poucza nas, że rzut téj linii loxodromicznéj w rzutach płaskich, prostokątnych i kwadratowych przecina resztę różnych południków pod odmiennymi kątami; przeto nie może być liniją prostą, chyba tylko w pobliżu równika. Tę wadliwość spostrzegł już w starożytności Ptolemeus, a na początku 16. wieku Marcin Cortes, a po nim Piotr Nunez; ale żaden z nich nie zdołał pod tym względem poprawić tych kart. Dopiero w połowie 16. wieku (r. 1569) udało się geografowi i kartografowi Gerardowi Kremerowi (1512—1594), znanemu powszechnie pod nazwiskiem „Merkator,“ sporządzić taki rzut płaski, w którym rzut loxodromii przecina rzuty południków pod tymsamym kątem i jest liniją prostą. Rzut ten zyskał miano rzutu Merkatora czyli rzutu walcowego zredukowanego. Używają go dziś powszechnie do kreślenia wszelkich map morskich. Ponieważ rzut ten należy do rzutów zgodnych, zaleca się przeto bardzo do sporządzania ogólnych poglądowych map fizycznych. Posiada atoli jeden niedostatek, zwłaszcza że okolic podbiegunowych w nim przedstawić nie można, co zresztą w zwykłych mapach morskich jest zbyteczne, bo i tak do dziś dnia znajomość ziemi poza 83^0 szerokości prawie zupełnie ustaje.

Wszelkie zagadnienia geodezyi wyższéj rozwiązujemy na podstawie trygonometryi sferojdalnéj. Przez trójkąt sferojdalny rozumiemy trójkąt leżący między trzema punktami na powierzchni elipsojdy ziemskiéj jako swymi wierzchołkami, którego jeden wierzchołek przypada na biegun ziemski, połączony z dwoma drugimi wierzchołkami zapomocą eliptycznych łuków południkowych; te dwa zaś wierzchołki łączy linija geodezyjna czyli najkrótsza linija na powierzchni elipsojdy ziemskiéj wykreślona. Znając trzy składniki trójkąta sferojdalnego, można na podstawie problemów trygonometryi sferojdalnéj wyznaczyć rachunkiem trzy pozostałe składniki jego. Żeglarz atoli nie może wogóle używać najkrótszéj linii geodety; zamiast téj wprowadził on w rachunek liniją loxodromiczną, przecinającą wszystkie południki elipsojdy ziemskiéj pod tymsamym kątem; a zamiast trójkąta sferojdalnego otrzymuje trójkąt loxodromiczny, który taksamo określa co sferojdalny. Jeden jego wierzchołek leży zawsze na biegunie, połączonym z dwoma drugimi wierzchołkami eliptycznymi łukami południków, te zaś wierzchołki łączy linija loxodromiczna.

Ponieważ loxodromija nachyla się do wszystkich południków pod tymsamym kątem, przeto w trójkącie loxodromicznym rozróżniamy nie sześć, ale pięć składników, t. j. szerokości dwu jego wierzchołków, nie przypadających na biegun, różnicę długości tych dwu wierzchołków, kąt zawarty między loxodromiją a południkiem (kurs) i loxodromiją. Gdy trzy z tych pięciu składników trójkąta loxodromicznego są dane, możemy dwa drugie rachunkiem wyznaczyć.

Wyprowadzeniem ogólnego równania linii loxodromicznéj, jakotéż rozwiązaniem trójkąta loxodromicznego zajmuje się niniejsza praca. W badaniach tych uważamy ziemię za elipsojdę obrotową, z któréj łatwo przejść można do kuli, przyjmując obie osi elipsy tworzącéj za równe sobie czyli mimośród równy zeru. Ponieważ mapy morskie w rzucie Merkatora tworzą dla żeglarza bardzo ważny graficzny środek do rozwiązywania licznych zagadnień z zakresu nautyki, przeto teoryja tu wyłożona zawiera w sobie zarazem teoryją zredukowanego rzutu Merkatora, jakotéż teoryją tablic wzrastających szerokości, na których opiera się zrysowanie tychże map morskich. Pracę tę rozdzielamy na cztery rozdziały. Rozdział pierwszy podaje w krótkości najważniejsze pojęcia i wzory z geografii matematycznéj; rozdział wtóry wykłada ogólne równanie linii loxodromicznéj i zasadnicze wzory do rozwiązania trójkąta loxodromicznego służące; rozdział trzeci zawiera rozwiązanie najważniejszych zagadnień z zakresu nautyki; wreszcie rozdział czwarty traktuje o rzucie Merkatora i używaniu map morskich, na podstawie tego rzutu skreślonych. W dodatku podajemy literaturę tegoż przedmiotu.

W Krakowie, 10. maja 1891.

Bronisław Gustawicz.

ROZDZIAŁ I.

1. W badaniach naszych uważamy ziemię za elipsojdę obrotową spłaszczoną, t. j. elipsojdę utworzoną przez pełny obrót elipsy około osi mniejszéj. Oś mniejszą tworzącéj elipsy zowiemy osią, obie jéj skrajności biegunami. a środek tworzącéj elipsy środkiem elipsojdy ziemskiéj. Oznaczywszy przez a połowę większéj, przez b połowę mniejszéj osi tworzącéj elipsy, nazwiemy ułamek $\frac{a-b}{a}$ spłaszczeniem elipsojdy ziemskiéj.

2. Obwód koła opisanego przez oś większą tworzącéj elipsy podczas jéj obrotu około osi mniejszéj zowiemy równikiem, a wszelki okrąg koła, według którego dowolna, do równika równoległa płaszczyzna przecina powierzchnię elipsojdy ziemskiéj, równoleżnikiem. Równik dzieli powierzchnię elipsojdy ziemskiéj na dwie połowy, z których jednę nazwiemy dodatnią, drugą zaś odjemną Odpowiednio do tego mamy biegun dodatni i odjemny.

3. Przeciąwszy powierzchnię elipsojdy ziemskiéj płaszczyzną, przechodzącą przez jéj oś, otrzymamy na przekrój zawsze elipsę równą elipsie tworzącéj. Połówki tych elips, leżące między oboma biegunami, są południkami. Wszystkie południki liczymy od pewnego oznaczonego, zresztą dowolnie obranego południka,

pierwszym zwanego, zawsze w jednym kierunku naokoło elipsojdy ziemskiéj, tak że każdemu punktowi równika odpowiada jeden południk.

4 Szerokością punktu powierzchni elipsojdy ziemskiéj jest to kąt, 90^0 nie przekraczający, pod którym temuż punktowi odpowiadająca normalna elipsojdy nachyla się do płaszczyzny równika, czyli co na jedno wychodzi, pod którym temuż punktowi odpowiadająca normalna jego południka nachyla się do osi większéj tegoż południka. Stosownie do tego czy uważany punkt leży na dodatniéj, czy też odjemnéj połowie powierzchni elipsojdy ziemskiéj, rozróżniamy szerokość dodatnią i odjemną.

Wpisawszy w elipsojdę ziemską kulę z nią spółśrodkową o średnicy równéj jéj osi, nazwiemy wszelki 90^0 nie przekraczający kąt, pod którym promień kuli, do dowolnego punktu powierzchni téjże kuli wykreślony, nachyla się do płaszczyzny równika, szerokością zredukowaną wszystkich punktów powierzchni elipsojdy ziemskiéj, znajdujących się w téjsaméj odległości od płaszczyzny równika, co dotyczący punkt powierzchni kuli. Szerokościom zredukowanym nadajemy zawsze tensam znak, jaki posiadają szerokości prawdziwe.

5. Długością punktu powierzchni elipsojdy ziemskiéj jest to od 0^0 do 360^0 liczony łuk równika, zawarty między pierwszym południkiem a południkiem tegoż punktu, mierzony od pierwszego południka w kierunku, w którym postępują południki naokoło elipsojdy ziemskiéj. Stosownie do tego określenia długości są zawsze dodatnie.

6. Różnica długości dwu punktów A i B powierzchni elipsojdy ziemskiéj odnośnie do punktu A jest to długość punktu B, liczona od południka punktu A, za pierwszy uważanego. I nawzajem różnica długości obu tych punktów A i B powierzchni elipsojdy ziemskiéj odnośnie do punktu B jest to długość punktu A, mierzona od południka punktu B, za pierwszy uważanego. Różnice długości są zawsze dodatnie i liczy się je w kierunku długości od 0^0 do 360^0.

7. Środek elipsojdy ziemskiéj przyjmujemy za początek układu prostokątnego spółrzędnych xyz, płaszczyznę równika za płaszczyznę xy, a oś elipsojdy za oś z-ów. Za dodatni kierunek osi x—ów przyjmujemy liniją przecięcia płaszczyzny południka pierwszego z płaszczyzną równika, t. j. promień równika ku punktowi 0^0 skierowany. Dodatnim zaś kierunkiem osi y—ów niech będzie linija przecięcia płaszczyzny południka odpowiadającego 90^0 długości z płaszczyzną równika, zatym promień równika ku punktowi 90^0 skierowany. Wreszcie dodatni kierunek osi z—ów biegnie od środka elipsojdy ku jéj dodatniemu biegunowi.

Oznaczywszy obie połówki osi elipsojdy ziemskiéj, większéj przez a, mniejszéj przez b, otrzymamy:

$$(1) \qquad \frac{x^2+y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

jako równanie powierzchni elipsojdy ziemskiéj.

8. Normalna do powierzchni elipsojdy ziemskiéj. Niech będzie dany dowolny punkt *(uvw)* powierzchni elipsojdy ziemskiéj; natenczas według (1) otrzymujemy:

$$(2) \qquad \frac{u^2+v^2}{a^2} + \frac{w^2}{b^2} = 1,$$

a na wyrażenie normalnéj do powierzchni elipsojdy ziemskiéj, przechodzącéj przez tenże punkt *(uvw)*, następujące równania:

$$(3) \qquad \begin{cases} x-u = -\dfrac{dw}{du}(z-w), \\ y-v = -\dfrac{dw}{dv}(z-w), \end{cases}$$

których pochodne cząstkowe $\frac{dw}{du}$ i $\frac{dw}{dv}$ dają się wyznaczyć z równania (2). Albowiem przez cząstkowe różniczkowanie co do u i co do v daje toż równanie:

$$\frac{u}{a^2} + \frac{w}{b^2} \cdot \frac{dw}{du} = 0, \qquad \frac{v}{a^2} + \frac{w}{b^2} \cdot \frac{dw}{dv} = 0;$$

zatym:

$$(4) \qquad \frac{dw}{du} = -\frac{b^2u}{a^2w}, \qquad \frac{dw}{dv} = -\frac{b^2v}{a^2w};$$

przeto równania normalnéj do powierzchni elipsojdy ziemskiéj w punkcie *(uvw)* przywodzą się do następującéj postaci:

$$(5) \qquad \begin{cases} x-u = \dfrac{b^2u}{a^2w}(z-w), \\ y-v = \dfrac{b^2v}{a^2w}(z-w). \end{cases}$$

9. Punkt przebicia normalnéj z płaszczyzną równika. Oznaczywszy spółrzędne punktu przebicia téjże normalnéj z płaszczyzną równika, t. j. z płaszczyzną *(xy)* przez u_1, v_1, o, otrzymamy z (5):

$$(6) \qquad u_1 - u = -\frac{b^2}{a^2}u, \qquad v_1 - v = -\frac{b^2}{a^2}v,$$

czyli:

$$u_1 = \frac{a^2-b^2}{a^2}u, \qquad v_1 = \frac{a^2-b^2}{a^2}v,$$

albo kładąc:

$$(7) \qquad \frac{a^2-b^2}{a^2} = e^2,$$

otrzymamy:

(8) $$u_1 = e^2 u, \qquad v_1 = e^2 v.$$

10. Długość normalnéj. Oznaczywszy oddalenie punktu (uvw) od punktu $(u_1 v_1 o)$ przez d, otrzymamy na wyrażenie tego oddalenia:

$$d^2 = (u_1 - u)^2 + (v_1 - v)^2 + w^2,$$

czyli po uwzględnieniu (6):

(9) $$d = \frac{1}{a^2}\sqrt{b^4(u^2+v^2)+a^4w^2}.$$

11. Wyznaczenie spółrzędnych punktu elipsojdy we funkcyi długości i szerokości. Oznaczywszy długość i szerokość punktu (uvw) przez D i S, znajdziemy:

(10) $$\begin{cases} u = \cos D\sqrt{u^2+v^2}, \\ v = \sin D\sqrt{u^2+v^2}, \\ w = \frac{\sin S}{a^2}\sqrt{b^4(u^2+v^2)+a^4w^2}. \end{cases}$$

Trzecie z powyższéj grupy równań daje:

$$w^2 = \frac{b^4}{a^4}(u^2+v^2)\mathrm{tg}^2 S$$

i

$$u^2+v^2 = \frac{a^4}{b^4} w^2 \mathrm{ctg}^2 S.$$

Połączywszy powyższe równania z równaniem (2), wyznaczymy u^2+v^2 i w^2. A więc:

(11) $$u^2+v^2 = \frac{a^2}{1+\frac{b^2}{a^2}\mathrm{tg}^2 S}, \qquad w^2 = \frac{b^2}{1+\frac{a^2}{b^2}\mathrm{ctg}^2 S},$$

czyli:

$$u^2+v^2 = \frac{a^4\cos^2 S}{a^2\cos^2 S + b^2\sin^2 S}, \qquad w^2 = \frac{b^4\sin^2 S}{a^2\cos^2 S+b^2\sin^2 S}.$$

czyli:

$$u^2+v^2 = \frac{a^4\cos^2 S}{a^2-(a^2-b^2)\sin^2 S} = \frac{a^4\cos^2 S}{b^2+(a^2-b^2)\cos^2 S},$$

$$w^2 = \frac{b^4\sin^2 S}{a^2-(a^2-b^2)\sin^2 S} = \frac{b^4\sin^2 S}{b^2+(a^2-b^2)\cos^2 S}.$$

Pomnąc na (7) i kładąc:

(12) $$\frac{a^2-b^2}{b^2} = \varepsilon^2,$$

otrzymamy:

$$(13)\quad \begin{cases} u^2+v^2=\dfrac{a^2\cos^2 S}{1-e^2\sin^2 S}=\dfrac{a^4\cos^2 S}{b^2[1+\varepsilon^2\cos^2 S]}, \\ w^2=\dfrac{b^4\sin^2 S}{a^2[1-e^2\sin^2 S]}=\dfrac{b^2\sin^2 S}{1+\varepsilon^2\cos^2 S}. \end{cases}$$

Ponieważ *cos S* jest zawsze dodatnie, a *w* i *sin S* mają zawsze tesame znaki, przeto wogóle otrzymujemy:

$$(14)\quad \begin{cases} \sqrt{u^2+v^2}=\dfrac{a\cos S}{\sqrt{1-e^2\sin^2 S}}=\dfrac{a^2\cos S}{b\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2 S}}, \\ w=\dfrac{b^2\sin S}{a\sqrt{1-e^2\sin^2 S}}=\dfrac{b\sin S}{\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2 S}}. \end{cases}$$

Ponieważ relacyje (7) i (12) dają:

$$\frac{b^2}{a^2}=1-e^2,\qquad \frac{a^2}{b^2}=1+\varepsilon^2,$$

przeto wzory (14) przybiorą następującą postać:

$$(15)\quad \begin{cases} \sqrt{u^2+v^2}=\dfrac{a\cos S}{\sqrt{1-e^2\sin^2 S}}=\dfrac{b(1+\varepsilon^2)\cos S}{\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2 S}}, \\ w=\dfrac{a(1-e^2)\sin S}{\sqrt{1-e^2\sin^2 S}}=\dfrac{b\sin S}{\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2 S}}. \end{cases}$$

Podstawiwszy (15) w (10), otrzymujemy żądane względności:

$$(16)\quad \begin{cases} u=\dfrac{a\cos D\cos S}{\sqrt{1-e^2\sin^2 S}}=\dfrac{b(1+\varepsilon^2)\cos D\cos S}{\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2 S}}, \\ v=\dfrac{a\sin D\cos S}{\sqrt{1-e^2\sin^2 S}}=\dfrac{b(1+\varepsilon^2)\sin D\cos S}{\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2 S}}, \\ w=\dfrac{a(1-e^2)\sin S}{\sqrt{1-e^2\sin^2 S}}=\dfrac{b\sin S}{\sqrt{1+\varepsilon^2\cos^2 S}}. \end{cases}$$

12. Wyznaczenie promienia wodzącego do punktu *(uvw)*. Wykreślmy ze środka elipsojdy ziemskiéj promień *r* ku punktowi *(uvw)*; na wyrażenie jego mamy równanie analityczne:

$$r^2=u^2+v^2+w^2,$$

czyli uwzględniwszy równania (16), po uproszczeniu otrzymamy:

$$(17)\quad r=a\sqrt{\frac{1-e^2(2-e^2)\sin^2 S}{1-e^2\sin^2 S}}=b\sqrt{\frac{1+\varepsilon^2(2+\varepsilon^2)\cos^2 S}{1+\varepsilon^2\cos^2 S}}.$$

13. Związek między szerokością prawdziwą a zredukowaną. Oznaczmy zredukowaną szerokość punktu

(uvw) przez Σ; natenczas na podstawie ogólnego pojęcia szerokości zredukowanéj (§. 4) otrzymamy:

(18) $$w = b \sin \Sigma \quad \text{czyli} \quad \sin \Sigma = \frac{w}{b},$$

pamiętając, że w, S i Σ są zawsze tychsamych znaków. Ponieważ:

$$\operatorname{ctg}^2\Sigma = \frac{1 - \sin^2\Sigma}{\sin^2\Sigma},$$

przeto ze względu na (18):

(19) $$\operatorname{ctg}^2\Sigma = \frac{1 - \frac{w^2}{b^2}}{\frac{w^2}{b^2}}.$$

A że podług (11) mamy:

$$w^2 = \frac{b^2}{1 + \frac{a^2}{b^2}\operatorname{ctg}^2 S},$$

czyli:

$$\frac{w^2}{b^2} = \frac{1}{1 + \frac{a^2}{b^2}\operatorname{ctg}^2 S} = \frac{b^2}{b^2 + a^2 \operatorname{ctg}^2 S},$$

co podstawiając w (19), otrzymamy:

$$\operatorname{ctg}^2\Sigma = \frac{a^2}{b^2}\operatorname{ctg}^2 S,$$

czyli ponieważ S i Σ są zawsze zgodnych znaków, przeto:

(20) $$\operatorname{ctg} \Sigma = \frac{a}{b}\operatorname{ctg} S, \quad \operatorname{ctg} S = \frac{b}{a}\operatorname{ctg} \Sigma,$$

albo:

(21) $$\operatorname{tg} \Sigma = \frac{b}{a}\operatorname{tg} S, \quad \operatorname{tg} S = \frac{a}{b}\operatorname{tg} \Sigma.$$

Zapomocą tych wzorów możemy z łatwością wyznaczyć szerokość zredukowaną z danéj szerokości prawdziwéj i nawzajem szerokość prawdziwą z danéj szerokości zredukowanéj.

14. Dalsze przekształcenie związków między S i Σ. Powyższym wzorom (21) możemy nadać inną postać. Ponieważ:

$$\frac{b}{a} = \sqrt{1 - e^2} \quad \text{i} \quad \frac{a}{b} = \sqrt{1 + \varepsilon^2},$$

przeto:

$$(22)\quad \begin{cases} \operatorname{tg}\Sigma = \operatorname{tg}S\sqrt{1-e^2} = \dfrac{\operatorname{tg}S}{\sqrt{1+\varepsilon^2}}, \\ \operatorname{tg}S = \operatorname{tg}\Sigma\sqrt{1+\varepsilon^2} = \dfrac{\operatorname{tg}\Sigma}{\sqrt{1-e^2}}, \end{cases}$$

albo po rozwinięciu:

$$(23)\quad \begin{cases} \operatorname{tg}\Sigma = \operatorname{tg}S\,(1-\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{8}e^4 \;\ldots\ldots), \\ \quad\;\; = \operatorname{tg}S\,(1-\frac{1}{2}\varepsilon^2+\frac{3}{8}\varepsilon^4-\ldots\ldots), \\ \operatorname{tg}S = \operatorname{tg}\Sigma\,(1+\frac{1}{2}\varepsilon^2-\frac{1}{8}\varepsilon^4+\ldots\ldots), \\ \quad\;\; = \operatorname{tg}\Sigma\,(1+\frac{1}{2}e^2+\frac{3}{8}e^4+\ldots\ldots). \end{cases}$$

15. Dogodniejsze wzory przybliżone do obliczenia Σ z S i do obliczenia S z Σ otrzymać możemy następującym sposobem. Według (21) mamy:

$$\operatorname{tg}\Sigma = \frac{b}{a}\operatorname{tg}S,$$

przeto:

$$\operatorname{tg}S \mp \operatorname{tg}\Sigma = \frac{a \mp b}{a}\operatorname{tg}S,$$

więc:

$$\frac{\operatorname{tg}S - \operatorname{tg}\Sigma}{\operatorname{tg}S + \operatorname{tg}\Sigma} = \frac{a-b}{a+b},$$

zatym:

$$\frac{\sin(S-\Sigma)}{\sin(S+\Sigma)} = \frac{a-b}{a+b},$$

stąd:

$$\sin(S-\Sigma) = \frac{a-b}{a+b}\sin(S+\Sigma).$$

Ponieważ:

$$S+\Sigma = 2S-(S-\Sigma) = 2\Sigma+(S-\Sigma),$$

przeto:

$$(24)\quad \begin{cases} \sin(S-\Sigma) = \dfrac{a-b}{a+b}\sin[\,2S-(S-\Sigma)\,], \\ \qquad\qquad\;\; = \dfrac{a-b}{a+b}\sin[\,2\Sigma+(S-\Sigma)\,]. \end{cases}$$

Ponieważ ułamek $\frac{b}{a}$ i $\frac{a}{b}$ wartością swą nie wiele zbacza od jedności, przeto $\frac{a-b}{a+b}$ i $S-\Sigma$ zbliżają się do zera; ze względu na tę okoliczność powyższe wzory przybiorą następującą postać:

$$S - \Sigma = \frac{a-b}{a+b} \sin 2S,$$
$$= \frac{a-b}{a+b} \sin 2\Sigma;$$

więc mamy:

(25) $\Sigma = S - \frac{a-b}{a+b} \sin 2S$ i $S = \Sigma + \frac{a-b}{a+b} \sin 2\Sigma.$

Albo skoro rozwiniemy wzory (24) i uwzględnimy powyższą uwagę, otrzymamy wzory dokładniejsze, a mianowicie:

$$S - \Sigma = \frac{a-b}{a+b}\left[\sin 2S - (S-\Sigma)\cos 2S\right],$$
$$= \frac{a-b}{a+b}\left[\sin 2\Sigma + (S-\Sigma)\cos 2\Sigma\right];$$

czyli:

$$(S-\Sigma)\left[1 + \frac{a-b}{a+b}\cos 2S\right] = \frac{a-b}{a+b}\sin 2S,$$
$$(S-\Sigma)\left[1 - \frac{a-b}{a+b}\cos 2\Sigma\right] = \frac{a-b}{a+b}\sin 2\Sigma;$$

więc:

(26) $$S - \Sigma = \frac{\frac{a-b}{a+b}\sin 2S}{1 + \frac{a-b}{a+b}\cos 2S} = \frac{\frac{a-b}{a+b}\sin 2\Sigma}{1 - \frac{a-b}{a+b}\cos 2\Sigma},$$

zatym ostatecznie:

(27) $$\begin{cases} \Sigma = S - \dfrac{\frac{a-b}{a+b}\sin 2S}{1 + \frac{a-b}{a+b}\cos 2S}, \\ S = \Sigma + \dfrac{\frac{a-b}{a+b}\sin 2\Sigma}{1 - \frac{a-b}{a+b}\cos 2\Sigma}. \end{cases}$$

Wszelako wyrażeniom (26) nadać możemy kształt następujący:

(28)

$$\begin{cases} S-\Sigma = \frac{a-b}{a+b}\sin 2S\left[1 - \frac{a-b}{a+b}\cos 2S + \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 \cos^2 2S - \dots\dots\right], \\ \quad\;\;\; = \frac{a-b}{a+b}\sin 2\Sigma\left[1 + \frac{a-b}{a+b}\cos 2\Sigma - \left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 \cos^2 2\Sigma + \dots\right], \end{cases}$$

czyli:

$$(29)\quad \begin{cases} S-\Sigma=\frac{a-b}{a+b}\sin 2S-\frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2\sin 4S, \\ \quad\;\; =\frac{a-b}{a+b}\sin 2\Sigma+\frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2\sin 4\Sigma, \end{cases}$$

zatym:

$$(30)\quad \begin{cases} \Sigma = S-\frac{a-b}{a+b}\sin 2S+\frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2\sin 4S, \\ S = \Sigma+\frac{a-b}{a+b}\sin 2\Sigma+\frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2\sin 4\Sigma. \end{cases}$$

16. Jeżeli $S-\Sigma$ mamy wyrazić w minutach, kładziemy:

$$(31)\quad S-\Sigma = \frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2S}{\text{arc. }1'} = \frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2\Sigma}{\text{arc. }1'},$$

więc otrzymujemy:

$$(32)\quad \begin{cases} \Sigma = S-\frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2S}{\text{arc. }1'}, \\ S = \Sigma+\frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2\Sigma}{\text{arc. }1'}; \end{cases}$$

albo dokładniéj:

$$S-\Sigma = \frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2S}{\text{arc. }1'} - \frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2\frac{\sin 4S}{\text{arc. }1'},$$

$$= \frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2\Sigma}{\text{arc. }1'} + \frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2\frac{\sin 4\Sigma}{\text{arc. }1'};$$

więc:

$$(33)\quad \begin{cases} \Sigma = S-\frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2S}{\text{arc. }1'} + \frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2\frac{\sin 4S}{\text{arc. }1'}, \\ S = \Sigma+\frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2\Sigma}{\text{arc. }1'} + \frac{1}{2}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2\frac{\sin 4\Sigma}{\text{arc. }1'}. \end{cases}$$

17. Chcąc wreszcie $S-\Sigma$ wyrazić w sekundach, piszemy:

$$(34)\quad S-\Sigma = \frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2S}{\text{arc. }1''} = \frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2\Sigma}{\text{arc. }1''},$$

zatym wynikają wzory:

$$(35)\quad \begin{cases} \Sigma = S-\frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2S}{\text{arc. }1''}, \\ S = \Sigma+\frac{a-b}{a+b}\cdot\frac{\sin 2\Sigma}{\text{arc. }1''}; \end{cases}$$

albo dokładniéj:

$$(36)\quad \begin{cases} S - \Sigma = \dfrac{a-b}{a+b}\cdot\dfrac{\sin 2S}{\text{arc. }1''} - \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{a-b}{a+b}\right)^2\dfrac{\sin 4S}{\text{arc. }1''}, \\ = \dfrac{a-b}{a+b}\cdot\dfrac{\sin 2\Sigma}{\text{arc. }1''} + \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{a-b}{a+b}\right)^2\dfrac{\sin 4\Sigma}{\text{arc. }1''}, \end{cases}$$

przeto:

$$(37)\quad \begin{cases} \Sigma = S - \dfrac{a-b}{a+b}\cdot\dfrac{\sin 2S}{\text{arc. }1''} + \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{a-b}{a+b}\right)^2\dfrac{\sin 4S}{\text{arc. }1''}, \\ S = \Sigma + \dfrac{a-b}{a+b}\cdot\dfrac{\sin 2\Sigma}{\text{arc. }1''} + \tfrac{1}{2}\left(\dfrac{a-b}{a+b}\right)^2\dfrac{\sin 4\Sigma}{\text{arc. }1''}. \end{cases}$$

Przytym pamiętać należy, że:

$$(38)\quad \begin{cases} \text{arc. }1' = \dfrac{1}{3437{\cdot}74677}, & \dfrac{1}{\text{arc. }1'} = 3437{\cdot}74677, \\ \text{arc. }1'' = \dfrac{1}{206264{\cdot}80625}, & \dfrac{1}{\text{arc. }1''} = 206264{\cdot}80625; \end{cases}$$

jakotéż że:

$$(39)\quad \begin{cases} \log \text{arc }1' = 0{\cdot}4637261 - 4, \\ \log \text{arc. }1'' = 0{\cdot}6855749 - 6; \end{cases}$$

i

$$(40)\quad \begin{cases} \log \dfrac{1}{\text{arc. }1'} = 3{\cdot}5362739, \\ \log \dfrac{1}{\text{arc. }1''} = 5{\cdot}3144251. \end{cases}$$

18. Wyznaczenie spółrzędnych (uvw) i r we funkcyi szerokości zredukowanéj. Wzory u, v, w (16) i r (17) zawierają prawdziwą szerokość S. Możemy atoli w nich w miejsce S wprowadzić szerokość zredukowaną Σ. Podług (22) mamy:

$$\operatorname{tg} S = \operatorname{tg}\Sigma\sqrt{1+\varepsilon^2} = \frac{\operatorname{tg}\Sigma}{\sqrt{1-\varepsilon^2}},$$

przeto na podstawie znanych wzorów goniometrycznych znajdziemy:

$$\sin^2 S = \frac{(1+\varepsilon^2)\sin^2\Sigma}{1+\varepsilon^2\sin^2\Sigma} = \frac{\sin^2\Sigma}{1-e^2\cos^2\Sigma},$$

$$\cos^2 S = \frac{\cos^2\Sigma}{1+\varepsilon^2\sin^2\Sigma} = \frac{(1-e^2)\cos^2\Sigma}{1-e^2\cos^2\Sigma};$$

przeto:

$$\sin S = \frac{\sin\Sigma\sqrt{1+\varepsilon^2}}{\sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\Sigma}} = \frac{\sin\Sigma}{\sqrt{1-e^2\cos^2\Sigma}},$$

$$\cos S = \frac{\cos \Sigma}{\sqrt{1+\varepsilon^2 \sin^2 \Sigma}} = \frac{\cos \Sigma \sqrt{1-e^2}}{\sqrt{1-e^2 \cos^2 \Sigma}}.$$

Zatym:

$$1 - e^2 \sin^2 S = 1 - \frac{e^2 \sin^2 \Sigma}{1 - e^2 \cos^2 \Sigma} = \frac{1 - e^2}{1 - e^2 \cos^2 \Sigma},$$

$$1 + \varepsilon^2 \cos^2 S = 1 + \frac{\varepsilon^2 \cos^2 \Sigma}{1 + \varepsilon^2 \sin^2 \Sigma} = \frac{1 + \varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2 \sin^2 \Sigma};$$

czyli:

$$(41) \quad \begin{cases} \sqrt{1 - e^2 \sin^2 S} = \dfrac{\sqrt{1-e^2}}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \Sigma}}, \\ \sqrt{1 + \varepsilon^2 \cos^2 S} = \dfrac{\sqrt{1+\varepsilon^2}}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \sin^2 \Sigma}}. \end{cases}$$

Wprowadziwszy te wyrażenia we wzory (16), otrzymamy po uproszczeniu:

$$(42) \quad \begin{cases} u = a \cos D \cos \Sigma, \\ v = a \sin D \cos \Sigma, \\ w = b \sin \Sigma. \end{cases}$$

Ponieważ:

$$r^2 = u^2 + v^2 + w^2,$$

przeto:

$$(43) \quad r = \sqrt{a^2 \cos^2 \Sigma + b^2 \sin^2 \Sigma},$$

czyli:

$$r = a \sqrt{1 - \frac{a^2 - b^2}{a^2} \sin^2 \Sigma} = b \sqrt{1 + \frac{a^2 - b^2}{b^2} \cos^2 \Sigma},$$

więc:

$$(44) \quad r = a \sqrt{1 - e^2 \sin^2 \Sigma} = b \sqrt{1 + \varepsilon^2 \cos^2 \Sigma}.$$

19. P r o m i e ń k r z y w i z n y p o ł u d n i k a. Oznaczywszy promień krzywizny południka przechodzącego przez punkt *(uvw)* przez ρ, otrzymamy na jego wyrażenie następujący znany wzór:

$$\rho = \frac{1}{a^4 b^4} \sqrt{[b^4(u^2 + v^2) + a^4 w^2]^3}.$$

Uwzględniając relacyje (13), otrzymamy:

$$b^4 (u^2 + v^2) + a^4 w^2 = \frac{a^2 b^4}{1 - e^2 \sin^2 S} = \frac{a^4 b^2}{1 + \varepsilon^2 \cos^2 S},$$

przeto będzie:

$$(45)\quad \rho = \frac{b^2}{a}\left(1 - e^2 \sin^2 S\right)^{-\frac{3}{2}} = \frac{a^2}{b}\left(1 + \varepsilon^2 \cos^2 S\right)^{-\frac{3}{2}}.$$

Ponieważ według (41) mamy:

$$1 - e^2 \sin^2 S = \frac{1 - e^2}{1 - e^2 \cos^2 \Sigma},$$

$$1 + \varepsilon^2 \cos^2 S = \frac{1 + \varepsilon^2}{1 + \varepsilon^2 \sin^2 \Sigma};$$

przeto napisać możemy:

$$(46)\quad \begin{cases} 1 - e^2 \sin^2 S = \dfrac{b^2}{a^2}\left(1 - e^2 \cos^2 \Sigma\right)^{-1}, \\ 1 + \varepsilon^2 \cos^2 S = \dfrac{a^2}{b^2}\left(1 + \varepsilon^2 \sin^2 \Sigma\right)^{-1}; \end{cases}$$

zatym podstawiając (46) w (45), otrzymamy:

$$(47)\quad \rho = \frac{a^2}{b}\left(1 - e^2 \cos^2 \Sigma\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{b^2}{a}\left(1 + \varepsilon^2 \sin^2 \Sigma\right)^{\frac{3}{2}}.$$

ROZDZIAŁ II.

1. Określenia. Opiszmy na powierzchni bryły obrotowéj liniją krzywą w ten sposób, aby przecinała wszystkie południki pod tymsamym, stałym, w granicach od 0^0 do 180^0 zawartym kątem, biorąc go zawsze w tymsamym kierunku, a otrzymamy krzywą, którąśmy nazwali liniją loxodromiczną albo loxodromiją. Ów stały kąt, pod którym ta krzywa przecina wszystkie południki, zowie się kątem loxodromicznym. Stosownie do wartości tego kąta, można na téjsaméj powierzchni obrotowéj nakreślić dowolnie wiele rozmaitych linij loxodromicznych. Jeżeli kąt loxodromiczny $= 0^0$, linija loxodromiczna przypada na równoleżnik, a jeżeli kąt ten $= 180^0$, to schodzi się z południkiem. Z pomiędzy linij loxodromicznych obchodzi nas najwięcéj linija loxodromiczna, opisana na elipsojdzie ziemskiéj, jako mająca zastosowanie w kartografii i nautyce.

2. Niech będą dane na powierzchni elipsojdy ziemskiéj dwa dowolne punkty, których długości i szerokości prawdziwe i zredukowane oznaczmy odpowiednio przez D, D_1; S, S_1; Σ, Σ_1; czyli jeden z tych punktów oznaczać będziemy dla krótkości przez (DS), drugi $(D_1 S_1)$, albo pierwszy przez $(D\Sigma)$, drugi zaś przez

$(D_1\Sigma_1)$. Przyjmujemy raz na zawsze, że D oznacza mniejszą, D_1 większą długość, wskutek czego S, Σ będą odpowiednio mniejszymi, a S_1, Σ_1 większymi szerokościami prawdziwymi i zredukowanymi.

3. Połączmy oba te punkty liniją loxodromiczną. Linija ta loxodromiczna zamyka wraz z eliptycznymi łukami południkowymi, leżącymi między tymi dwoma punktami a dodatnim biegunem elipsojdy ziemskiéj, a nie przekraczającymi połowy elipsy, na powierzchni elipsojdy ziemskiéj trójkąt, który nazwaliśmy trójkątem loxodromicznym.

4. Elementa wyznaczające trójkąt loxodromiczny, leżący na powierzchni elipsojdy ziemskiéj między dodatnim jéj biegunem a dwoma punktami jéj powierzchni (DS) lub $(D\Sigma)$ i (D_1S_1) lub $(D_1\Sigma_1)$, jako trzema jego wierzchołkami, są następujące:

a) Różnica długości D_1-D obu punktów (DS) lub $(D\Sigma)$ i (D_1S_1) lub $(D_1\Sigma_1)$ ze względu na punkt (DS) lub $(D\Sigma)$. Dla krótkości oznaczać ją będziemy przez Ω, tak że $\Omega = D_1-D$.

b) Szerokość prawdziwa S lub zredukowana Σ, odpowiadająca długości mniejszéj D.

c) Szerokość prawdziwa S_1 lub zredukowana Σ_1, odpowiadająca długości większéj D_1.

d) Kąt loxodromiczny, który oznaczymy przez Θ.

e) Linija loxodromiczna, leżąca między oboma punktami (DS) lub $(D\Sigma)$ a (D_1S_1) lub $(D_1\Sigma_1)$, którą oznaczymy przez s.

5. Równanie płaszczyzny południka punktu (uvw). Obierzmy na powierzchni elipsojdy ziemskiéj, któréj równanie:

$$\frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1, \tag{1}$$

dowolny, przez spółrzędne u, v, w oznaczony punkt (uvw) i przesuńmy przezeń południk jego, którego płaszczyzna przechodzi przez oś z—ów i stoi prostopadle do płaszczyzny (xy); natenczas ogólna postać równania płaszczyzny tego południka jest:

$$Mx+Ny=o.$$

Ponieważ płaszczyzna ta przechodzi przez punkt (uvw), przeto jest także:

$$Mu+Nv=o;$$

zatym mamy:

$$Mvx+Nvy=o, \qquad Muy+Nvy=o,$$

albo:

$$Mux+Nuy=o, \qquad Mux+Nvx=o;$$

zatym przez odjęcie:

$$M(vx-uy)=o, \qquad N(vx-uy)=o,$$

przeto otrzymujemy:

$$vx-uy=o \tag{2}$$

jako równanie płaszczyzny południka punktu *(uvw)*. Odjąwszy od tego równania (2) równanie identyczne:

$$vu - uv = o,$$

mieć będziemy:

(3) $$v(x-u) - u(y-v) = o$$

również jako równanie płaszczyzny południka punktu *(uvw)*.

6. Równanie stycznéj do tegoż południka w punkcie *(uvw)*. Przez punkt *(uvw)* przesuńmy styczną do jego południka i przyjmijmy płaszczyznę południka za płaszczyznę nowego prostokątnego układu spółrzędnych *(ξz)*, mającego początek w środku elipsojdy ziemskiéj, a dodatni kierunek osi ξ—ów wychodzącéj ze środka elipsojdy ziemskiéj w płaszczyźnie równika skierowany w stronę punktu *(uv)*; natenczas równanie południka punktu *(uvw)* w układzie *(ξz)* będzie:

(4) $$\left(\frac{\xi}{a}\right)^2 + \left(\frac{z}{b}\right)^2 = 1,$$

które zróżniczkowane daje:

(5) $$\frac{dz}{d\xi} = -\frac{b^2\xi}{a^2z}.$$

Oznaczywszy spółrzędne punktu *(uvw)* dla układu *(ξz)* przez *X*, *Z*, otrzymamy jako równanie stycznéj do południka punktu *(uvw)*, przechodzącéj przez tenże punkt, w układzie *(ξz)* następujące wyrażenie:

$$z-Z = \frac{dZ}{dX}\left(\xi-X\right),$$

czyli ze względu na (5):

$$z-Z = -\frac{b^2X}{a^2Z}\left(\xi-X\right),$$

$$\frac{X\xi}{a^2} + \frac{Zz}{b^2} = \left(\frac{X}{a}\right)^2 + \left(\frac{Z}{b}\right)^2,$$

a stąd ze względu na (4):

(6) $$\frac{X\xi}{a^2} + \frac{Zz}{b^2} = 1.$$

Ponieważ:

$$X = \sqrt{u^2+v^2}, \qquad Z = w,$$

przeto powyższe równanie (6) przybierze następującą postać:

$$\frac{\xi\sqrt{u^2+v^2}}{a^2} + \frac{wz}{b^2} = 1.$$

A że w ogólności:

$$u : \sqrt{u^2+v^2} = x : \xi,$$

skąd wypływa:

$$\xi = \frac{x\sqrt{u^2+v^2}}{u},$$

zatym otrzymamy:

$$(7) \qquad \frac{(u^2+v^2)\,x}{a^2u} + \frac{wz}{b^2} = 1$$

jako równanie stycznéj przechodzącéj przez punkt *(uvw)* do jego południka w funkcyi zmiennych spółrzędnych x i z.

A że ta styczna leży w płaszczyźnie południka punktu *(uvw)*, to podług (2) mamy dla téjże:

$$vx - uy = o,$$

więc:

$$x = \frac{u}{v}y,$$

zatym równanie (7) przejdzie w następujące:

$$(8) \qquad \frac{(u^2+v^2)\,y}{a^2v} + \frac{wz}{b^2} = 1.$$

Przeto dla stycznéj do południka punktu *(uvw)*, przechodzącéj przez tenże punkt, w układzie *(xyz)* otrzymujemy w ogólności trzy następujące równania:

$$(9) \qquad \begin{cases} vx - uy = o, \\ \dfrac{(u^2+v^2)x}{a^2u} + \dfrac{wz}{b^2} = 1, \\ \dfrac{(u^2+v^2)y}{a^2v} + \dfrac{wz}{b^2} = 1. \end{cases}$$

7. Równanie linii loxodromicznéj. Wykreślmy przez punkt *(uvw)* na powierzchni elipsojdy ziemskiéj dowolną krzywą, któréj równania niech będą:

$$(10) \qquad f(x,z) = o, \qquad f_1(y,z) = o.$$

Natenczas podług zasad geometryi analitycznéj równania stycznéj do téj krzywéj w punkcie *(uvw)* są:

$$(11) \qquad \begin{cases} x - u = \dfrac{du}{dw}(z-w), \\ y - v = \dfrac{dv}{dw}(z-w); \end{cases}$$

których pochodne:

$$\frac{du}{dw} \text{ i } \frac{dv}{dw}$$

wyznaczają się z równań:

(12) $f(u, w) = o, \qquad f_1(v,w) = o.$

Sprowadziwszy drugie i trzecie równanie z grupy równań (9) do następującéj postaci:

$$(13)\quad \begin{cases} x = \dfrac{a^2u}{u^2+v^2} - \dfrac{a^2uw}{b^2(u^2+v^2)} z, \\ y = \dfrac{a^2v}{u^2+v^2} - \dfrac{a^2vw}{b^2(u^2+v^2)} z, \end{cases}$$

otrzymamy, uwzględniając (11) i (13), na podstawie zasad geometryi analitycznéj równanie:

$$\cos^2\Theta = \frac{\left[1 - \dfrac{a^2uw}{b^2(u^2+v^2)} \cdot \dfrac{du}{dw} - \dfrac{a^2vw}{b^2(u^2+v^2)} \cdot \dfrac{dv}{dw}\right]^2}{\left[1 + \dfrac{a^4u^2w^2}{b^4(u^2+v^2)^2} + \dfrac{a^4v^2w^2}{b^4(u^2+v^2)^2}\right] \cdot \left[1 + \left(\dfrac{du}{dw}\right)^2 + \left(\dfrac{dv}{dw}\right)^2\right]},$$

czyli:

$$(14)\quad \cos^2Q = \frac{\left[1 - \dfrac{a^2w}{b^2(u^2+v^2)}\left(u\dfrac{du}{dw} + v\dfrac{dv}{dw}\right)\right]^2}{\left[1 + \dfrac{a^4}{b^4} \cdot \dfrac{w^2}{u^2+v^2}\right] \cdot \left[1 + \left(\dfrac{du}{dw}\right)^2 + \left(\dfrac{dv}{dw}\right)^2\right]}.$$

Ponieważ punkt *(uvw)* leży na powierzchni elipsojdy ziemskiéj, przeto spółrzędne jego czynić muszą zadosyć równaniu (1), zatym:

$$(15)\quad \frac{u^2+v^2}{a^2} + \frac{w^2}{b^2} = 1,$$

które zróżniczkowane co do *w* jako zmiennéj niezależnéj daje:

$$\frac{u\dfrac{du}{dw} + v\dfrac{dv}{dw}}{a^2} + \frac{w}{b^2} = o,$$

czyli:

$$(16)\quad u\frac{du}{dw} + v\frac{dv}{dw} = -\frac{a^2}{b^2}w,$$

co podstawiwszy w równanie (14), otrzymamy po uproszczeniu:

$$(17)\quad \cos^2\Theta = \frac{1 + \dfrac{a^4}{b^4} \cdot \dfrac{w^2}{u^2+v^2}}{1 + \left(\dfrac{du}{dw}\right)^2 + \left(\dfrac{dv}{dw}\right)^2}.$$

Ponieważ:

$$\sin^2\Theta = 1 - \cos^2\Theta,$$

przeto ze względu na (17) otrzymamy:

$$(18)\quad \sin^2\Theta = \frac{1+\left(\frac{du}{dw}\right)^2+\left(\frac{dv}{dw}\right)^2-\left(1+\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{w^2}{u^2+v^2}\right)}{1+\left(\frac{du}{dw}\right)^2+\left(\frac{dv}{dw}\right)^2}.$$

Równanie (16) daje:

$$\frac{du}{dw}=-\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{w}{u}-\frac{v}{u}\cdot\frac{dv}{dw},$$

$$\frac{dv}{dw}=-\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{w}{v}-\frac{u}{v}\cdot\frac{du}{dw};$$

zatym:

$$1+\left(\frac{du}{dw}\right)^2+\left(\frac{dv}{dw}\right)^2=$$

$$=1+\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{w^2}{u^2}+2\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{vw}{u^2}\cdot\frac{dv}{dw}+\frac{u^2+v^2}{u^2}\left(\frac{dv}{dw}\right)^2,$$

$$=1+\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{w^2}{v^2}+2\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{uw}{v^2}\cdot\frac{du}{dw}+\frac{u^2+v^2}{u^2}\left(\frac{du}{dw}\right)^2,$$

co podstawiwszy w (18), po uproszczeniu mieć będziemy:

$$(19)\quad \sin^2\Theta=\frac{\left[\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{vw}{u\sqrt{u^2+v^2}}+\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{u}\cdot\frac{dv}{dw}\right]^2}{1+\left(\frac{du}{dw}\right)^2+\left(\frac{dv}{dw}\right)^2}$$

$$=\frac{\left[\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{uw}{v\sqrt{u^2+v^2}}+\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{v}\cdot\frac{du}{dw}\right]^2}{1+\left(\frac{du}{dw}\right)^2+\left(\frac{dv}{dw}\right)^2}.$$

Z połączenia (17) z (19) wypada:

$$(20)\quad \operatorname{tg}^2\Theta=\frac{\left[\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{vw}{u\sqrt{u^2+v^2}}+\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{u}\cdot\frac{dv}{dw}\right]^2}{1+\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{w^2}{u^2+v^2}},$$

$$=\frac{\left[\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{uw}{v\sqrt{u^2+v^2}}+\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{v}\cdot\frac{du}{dw}\right]^2}{1+\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{w^2}{u^2+v^2}};$$

jakotéż:

$$\text{(21)}\quad \begin{aligned} \operatorname{ctg}^2\Theta &= \frac{1+\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{w^2}{u^2+v^2}}{\left[\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{vw}{u\sqrt{u^2+v^2}}+\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{u}\cdot\frac{dv}{dw}\right]^2}, \\ &= \frac{1+\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{w^2}{u^2+v^2}}{\left[\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{uw}{v\sqrt{u^2+v^2}}+\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{v}\cdot\frac{du}{dw}\right]^2}. \end{aligned}$$

Jeżeli krzywa, którąśmy wykreślili na powierzchni elipsojdy ziemskiéj przez punkt *(uvw)*, ma być liniją loxodromiczną, to kąt Θ musi być dla wszystkich jéj punktów ilością stałą. W tym razie możemy w równaniach (17), (19), (20), (21), uważając w nich kąt Θ za stały, za u, v, w podstawić zmienne spółrzędne x, y, z. Połączywszy następnie kolejno w powyższy sposób przekształcone równania (17), (19), (20), (21) z równaniem (1):

$$\frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1,$$

otrzymamy dwa równania między (x, y, z), jako równania linii loxodromicznéj o spółrzędnych prostokątnych; a więc równania:

$$\text{(22)}\quad \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1, \\ \operatorname{tg}^2\Theta = \frac{\left[\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{xz}{y\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}\cdot\frac{dx}{dz}\right]^2}{1+\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{z^2}{x^2+y^2}}, \end{cases}$$

albo co na jedno wychodzi:

$$\text{(23)}\quad \begin{cases} \frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1, \\ \operatorname{tg}^2\Theta = \frac{\left[\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{yz}{x\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x}\cdot\frac{dy}{dz}\right]^2}{1+\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{z^2}{x^2+y^2}} \end{cases}$$

przyjmujemy za ogólne równania linii loxodromicznéj o spółrzędnych prostokątnych, jako zupełnie odpowiednie do dalszych naszych rozważań.

8. Oznaczmy długość i prawdziwą szerokość punktu *(xyz)* odpowiednio przez φ i ψ; mieć będziemy wówczas:

$$(24)\quad \begin{cases} x = \cos\varphi \sqrt{x^2+y^2}, \\ y = \sin\varphi \sqrt{x^2+y^2}, \\ z = \frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}\psi\sqrt{x^2+y^2}. \end{cases}$$

A więc stąd wypada:

$$(25)\quad \begin{aligned} &\sec\varphi = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x}, \qquad \operatorname{cosec}\varphi = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}, \\ &\frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}\psi = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2}}, \end{aligned}$$

jakoteż:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y}{x}, \qquad \operatorname{ctg}\varphi = \frac{x}{y};$$

przeto:

$$(26)\quad \begin{cases} \frac{b^2}{a^2}\operatorname{tg}\varphi\operatorname{tg}\psi = \frac{yz}{x\sqrt{x^2+y^2}}, \\ \frac{b^2}{a^2}\operatorname{ctg}\varphi\operatorname{tg}\psi = \frac{xz}{y\sqrt{x^2+y^2}}. \end{cases}$$

Trzecie równanie z grupy równań (24) daje:

$$x^2+y^2 = \frac{a^4}{b^4}z^2\operatorname{ctg}^2\psi,$$

a że podług (22) lub (23):

$$\frac{x^2+y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1,$$

przeto po podstawieniu w poprzednie równanie będzie:

$$\frac{z^2}{b^2}\left(1 + \frac{a^2}{b^2}\operatorname{ctg}^2\psi\right) = 1,$$

z czego wypada:

$$z^2 = \frac{b^4}{b^2 + a^2\operatorname{ctg}^2\psi},$$

czyli:

$$z^2 = \frac{b^4\sin^2\psi}{b^2\sin^2\psi + a^2\cos^2\psi},$$

więc:

$$z = \frac{b^2\sin\psi}{\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}.$$

Trzecie równanie z grupy równań (24) daje nadto:

$$\sqrt{x^2+y^2} = \frac{a^2}{b^2} z \operatorname{ctg}\psi,$$

co podstawiwszy w pierwsze dwa z równań (24), otrzymamy po uwzględnieniu wartości na (z):

$$x = \frac{a^2 \cos\varphi \cos\psi}{\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}},$$

$$y = \frac{a^2 \sin\varphi \cos\psi}{\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}$$

Zatym na wyrażenie *x*, *y*, *z* otrzymaliśmy następujące względności:

$$(27)\quad \begin{cases} x = \dfrac{a^2 \cos\varphi \cos\psi}{\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}, \\ y = \dfrac{a^2 \sin\varphi \cos\psi}{\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}, \\ z = \dfrac{b^2 \sin\psi}{\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}. \end{cases}$$

Po zróżniczkowaniu powyższych równań co do φ jako ilości niezależnie zmiennéj, otrzymamy po należytym uproszczeniu następujące wyrażenia:

$$(28)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{d\varphi} = -a^2 \dfrac{\sin\varphi\cos\psi(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi) + b^2\cos\varphi\sin\psi\dfrac{d\psi}{d\varphi}}{(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi)\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}, \\ \dfrac{dy}{d\varphi} = a^2 \dfrac{\cos\varphi\cos\psi(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi) + b^2\sin\varphi\sin\psi\dfrac{d\psi}{d\varphi}}{(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi)\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}, \\ \dfrac{dz}{d\varphi} = \dfrac{a^2 b^2 \cos\psi \dfrac{d\psi}{d\varphi}}{(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi)\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}; \end{cases}$$

a że według zasad rachunku różniczkowego:

$$\frac{dx}{dz} = \frac{dx}{d\varphi} : \frac{dz}{d\varphi}, \quad \frac{dy}{dz} = \frac{dy}{d\varphi} : \frac{dz}{d\varphi},$$

otrzymamy z (28):

$$(29)\quad \begin{cases} \dfrac{dx}{dz} = -\dfrac{\sin\varphi\cos\psi(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi) + b^2\cos\varphi\sin\psi\dfrac{d\psi}{d\varphi}}{b^2\cos\psi\dfrac{d\psi}{d\varphi}}, \\[2ex] \dfrac{dy}{dz} = \dfrac{\cos\varphi\cos\psi(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi) + b^2\sin\varphi\sin\psi\dfrac{d\psi}{d\varphi}}{b^2\cos\psi\dfrac{d\psi}{d\varphi}}. \end{cases}$$

Ponieważ drugie równanie (26) daje:

$$\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{xz}{\sqrt{x^2+y^2}} = \mathrm{ctg}\varphi\,\mathrm{tg}\psi,$$

a w skutek pomnożenia równania:

$$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y} = \mathrm{cosec}\varphi$$

przez pierwsze równanie (29) otrzymujemy:

$$\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}\cdot\frac{dx}{dz} =$$

$$= -\,\mathrm{cosec}\,\varphi\frac{\sin\varphi\cos\psi(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi) + b^2\cos\varphi\sin\psi\dfrac{d\psi}{d\varphi}}{b^2\cos\psi\dfrac{d\psi}{d\varphi}},$$

przeto:

$$\frac{a^2}{b^2}\cdot\frac{xz}{y\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}\cdot\frac{dx}{dz} = \mathrm{ctg}\varphi\,\mathrm{tg}\psi\,-$$

$$-\,\mathrm{cosec}\varphi\frac{\sin\varphi\cos\psi(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi) + b^2\cos\varphi\sin\psi\dfrac{d\psi}{d\varphi}}{b^2\cos\psi\dfrac{d\psi}{d\varphi}},$$

czyli po uproszczeniu:

$$(30)\quad \frac{a^2}{b^2}\,\frac{xz}{y\sqrt{x^2+y^2}} + \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}\cdot\frac{dx}{dz} = -\frac{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}{b^2\dfrac{d\psi}{d\varphi}}.$$

Z trzeciego równania grupy (24) mamy:

$$\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{z^2}{x^2+y^2} = \mathrm{tg}^2\psi,$$

więc:

$$(31)\quad 1+\frac{a^4}{b^4}\cdot\frac{z^2}{x^2+y^2}=1+tg^2\psi=\sec^2\psi=\frac{1}{\cos^2\psi}.$$

Zatym podstawiwszy (30) i (31) w drugie równanie (22), mieć będziemy:

$$tg^2\Theta=\frac{[a^2\cos^2\psi+b^2\sin^2\psi]^2}{b^4\left(\frac{d\psi}{d\psi}\right)^2}\cdot\cos^2\psi,$$

skąd wypada:

$$(32)\qquad \left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)^2=\frac{[a^2\cos^2\psi+b^2\sin^2\psi]^2}{b^4\,tg^2\Theta}\cdot\cos^2\psi,$$

czyli:

$$\left(\frac{d\varphi}{d\psi}\right)^2=\frac{b^4\,tg^2\Theta}{[a^2\cos^2\psi+b^2\sin^2\psi]^2\cos^2\psi}.$$

Ponieważ $d\varphi$ i $d\psi$ są albo zgodnych, albo niezgodnych znaków, czyli ponieważ $\frac{d\varphi}{d\psi}$ jest albo dodatnie, albo odjemne, stosownie do tego, czy kąt Θ, *180⁰* nie przekraczający, jest ostry czy też rozwarty, czyli stosownie do tego, czy $tg\,\Theta$ jest dodatnie czy też odjemne, tak że

$$tg\Theta \quad i \quad \frac{d\varphi}{d\psi}$$

mają zawsze równe znaki i ponieważ wyrażenie

$$\cos\varphi\,(a^2\cos^2\psi+b^2\sin^2\psi)$$

jest zawsze ilością dodatnią, przeto z poprzedzającego wyłania się następujące ważne równanie:

$$(33)\qquad \frac{d\varphi}{d\psi}=\frac{b^2\,tg\Theta}{(a^2\cos^2\psi+b^2\sin^2\psi)\cos\psi},$$

czyli:

$$(34)\qquad d\varphi=\frac{b^2 tg\Theta d\psi}{(a^2\cos^2\psi+b^2\sin^2\psi)\cos\psi}.$$

Ponieważ:

$$d\sin\psi=\cos\psi d\psi,\quad \text{a stąd: } d\psi=\frac{d\sin\psi}{\cos\psi},$$

możemy równaniu (34) nadać następującą postać:

$$(35)\qquad d\varphi=\frac{b^2 tg\Theta\ d\sin\psi}{(a^2\cos^2\psi+b^2\sin^2\psi)\cos^2\psi},$$

albo:

$$d\varphi=\frac{\frac{b^2}{a^2}\,tg\Theta\ d\sin\psi}{(1-\sin^2\psi)\left(1-\frac{a^2-b^2}{a^2}\sin^2\psi\right)},$$

czyli ostatecznie:

$$(36)\qquad d\varphi = \frac{(1-e^2)\operatorname{tg}\Theta\, d\sin\psi}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)},$$

skąd przez całkowanie otrzymujemy:

$$(37)\qquad D_1 - D = \Omega = (1-e^2)\operatorname{tg}\Theta\int_{\sin S}^{\sin S_1}\frac{d\sin\psi}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)}.$$

Powyższe równanie (37), którego dalszym rozwinięciem zajmiemy się w inszym ustępie, stanowi pierwszy zasadniczy wzór, do rozwiązywania trójkąta loxodromicznego służący. Obecnie przystąpimy do wyznaczenia drugiego wzoru zasadniczego.

9. Drugi wzór zasadniczy. Z zasad geometryi analitycznéj wiadomo nam, że:

$$(38)\qquad ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = \left[1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]dz^2.$$

Spotęgowawszy oba równania (29) przez *2* i dodawszy je następnie do siebie obustronnie, otrzymamy:

$$\left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2 = \frac{\cos^2\psi[a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi]^2 + b^4\sin^2\psi\left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)^2}{b^4\cos^2\psi\left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)^2},$$

a więc:

$$1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2 = \frac{\cos^2\psi[a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi]^2 + b^4\left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)^2}{b^4\cos^2\psi\left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)^2},$$

ponieważ z (32) mamy:

$$\cos^2\psi[a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi]^2 = b^4\operatorname{tg}^2\Theta\left(\frac{d\psi}{d\varphi}\right)^2,$$

przeto po podstawieniu w poprzedzające równanie i uproszczeniu mieć będziemy:

$$(39)\qquad 1 + \left(\frac{dx}{dz}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2 = \frac{\sec^2\Theta}{\cos^2\psi} = \frac{1}{\cos^2\Theta\cos^2\psi},$$

więc wzór (38) przybierze postać następującą:

$$ds^2 = \frac{dz^2}{\cos^2\Theta\cos^2\psi},$$

czyli ze względu na trzecie równanie z grupy równań (28):

$$ds^2 = \frac{a^4b^4d\psi^2}{\cos^2\Theta[a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi]^3},$$

Widoczne jest, że $\cos\Theta$ i $d\psi$ mają zawsze równe znaki, a ds jest zawsze dodatnie; przeto napiszemy:

$$(40)\quad \begin{cases} ds = \dfrac{a^2b^2d\psi}{\cos\Theta\left[a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi\right]^{\frac{3}{2}}} \\ \quad = \dfrac{a^2b^2d\psi}{\cos\Theta\left[a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi\right]\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}. \end{cases}$$

Albo:

$$ds = \frac{b^2d\psi}{a\cos\Theta\left[1 - \dfrac{a^2-b^2}{a^2}\sin^2\psi\right]^{\frac{3}{2}}}$$

czyli:

$$(41)\quad \begin{cases} ds = \dfrac{a(1-e^2)d\psi}{\cos\Theta\left[1 - e^2\sin^2\psi\right]^{\frac{3}{2}}} \\ \quad = \dfrac{a(1-e^2)d\psi}{\cos\Theta\left[1 - e^2\sin^2\psi\right]\sqrt{1 - e^2\sin^2\psi}}. \end{cases}$$

Ponieważ:

$$d\sin\psi = \cos\psi d\psi, \qquad \text{a stąd: } d\psi = \frac{d\sin\psi}{\cos\psi},$$

przeto wzór (41) przejdzie w następujący:

$$(42)\quad \begin{aligned} ds &= \frac{a(1-e^2)d\sin\psi}{\cos\Theta\cos\psi\left[1 - e^2\sin^2\psi\right]^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{a(1-e^2)d\sin\psi}{\cos\Theta\cos\psi\left[1 - e^2\sin^2\psi\right]\sqrt{1 - e^2\sin^2\psi}} \\ &= \frac{a(1-e^2)d\sin\psi}{\cos\Theta\left[1 - \sin^2\psi\right]^{\frac{1}{2}}\left[1 - e^2\sin^2\psi\right]^{\frac{3}{2}}} \\ &= \frac{a(1-e^2)d\sin\psi}{\cos\Theta\left[1 - e^2\sin^2\psi\right]\cdot\sqrt{\left[1 - \sin^2\psi\right]\left[1 - e^2\sin^2\psi\right]}}, \end{aligned}$$

zatym po scałkowaniu otrzymujemy: (43)

$$s = \frac{a(1-e^2)}{\cos\Theta}\int_{\sin S}^{\sin S_1}\frac{d\sin\psi}{\left[1 - e^2\sin^2\psi\right]\sqrt{\left[1 - \sin^2\psi\right]\left[1 - e^2\sin^2\psi\right]}}.$$

jako drugi zasadniczy wzór, do rozwiązywania trójkątów loxodromicznych służący.

10. Zestawienie. Oba wzory zasadnicze (37) i (43), tj.:

(44)

$$\begin{cases} \Omega = (1-e^2)\operatorname{tg}\Theta \int_{\sin S}^{\sin S_1} \frac{d\sin\psi}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)}, \\ s = \frac{a(1-e^2)}{\cos\Theta} \int_{\sin S}^{\sin S_1} \frac{d\sin\psi}{[1-e^2\sin^2\psi]\sqrt{[1-\sin^2\psi][1-e^2\sin^2\psi]}}, \end{cases}$$

są dostateczne do rozwiązywania wszelkich zagadnień tyczących się trójkąta loxodromicznego. Równania powyższe zawierają pięć ilości Ω, Θ, S, S_1, s; gdy zpomiędzy nich trzy są dane, to dwie pozostałe zapomocą tych dwu równań w niewątpliwy sposób wyznaczyć będziemy mogli, jak to okażemy w rozdziale trzecim. Równania te możemy napisać także w następującej postaci:

(45)
$$\begin{cases} \Omega = (1-e^2)\operatorname{tg}\Theta \int_S^{S_1} \frac{d\psi}{\cos\psi(1-e^2\sin^2\psi)}, \\ s = \frac{a(1-e^2)}{\cos\Theta} \int_S^{S_1} \frac{d\psi}{\left[1-e^2\sin^2\psi\right]^{\frac{3}{2}}}. \end{cases}$$

11. Wyrażenie wzorów zasadniczych we funkcyi zredukowanych szerokości. Oznaczmy w ogólności długość punktu *(xyz)* przez φ a zredukowaną jego szerokość przez χ; w takim razie mamy:

$$b\operatorname{tg}\psi = a\operatorname{tg}\chi,$$

zatym wskutek różniczkowania:

$$\frac{bd\psi}{\cos^2\psi} = \frac{ad\chi}{\cos^2\chi}, \text{ stąd: } d\psi = \frac{a}{b}\cdot\frac{\cos^2\psi}{\cos^2\chi}d\chi.$$

Ponieważ:

$$\cos^2\psi = \frac{1}{1+\operatorname{tg}^2\psi} = \frac{1}{1+\frac{a^2}{b^2}\operatorname{tg}^2\chi} = \frac{b^2\cos^2\chi}{a^2\sin^2\chi + b^2\cos^2\chi},$$

przeto:

(46)
$$\cos\psi = \frac{b\cos\chi}{\sqrt{a^2\sin^2\chi+b^2\cos^2\chi}},$$

jakoteż:

(47)
$$d\psi = \frac{ab}{a^2\sin^2\chi+b^2\cos^2\chi}d\chi.$$

Ponieważ:

$$\sin^2\psi = \frac{\operatorname{tg}^2\psi}{1+\operatorname{tg}^2\psi} = \frac{\frac{a^2}{b^2}\operatorname{tg}^2\chi}{1+\frac{a^2}{b^2}\operatorname{tg}^2\chi} = \frac{a^2\sin^2\chi}{a^2\sin^2\chi + b^2\cos^2\chi},$$

przeto:

(48) $$\sin\psi = \frac{a\sin\chi}{\sqrt{a^2\sin^2\chi + b^2\cos^2\chi}}.$$

Na podstawie (46) i (48) otrzymujemy:

$$a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi = \frac{a^2b^2}{a^2\sin^2\chi + b^2\cos^2\chi},$$

czyli:

$$\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi} = \frac{ab}{\sqrt{a^2\sin^2\chi + b^2\cos^2\chi}}.$$

Zatym podług (34) i (40) w połączeniu z powyższymi względnościami znajdziemy:

(49) $$\begin{cases} d\varphi = \dfrac{\operatorname{tg}\Theta\sqrt{a^2\sin^2\chi + b^2\cos^2\chi}}{a\cos\chi}d\chi, \\ ds = \dfrac{\sqrt{a^2\sin^2\chi + b^2\cos^2\chi}}{\cos\Theta}d\chi. \end{cases}$$

Wzory (49) możemy napisać sposobem następującym:

$$d\varphi = \frac{\operatorname{tg}\Theta\sqrt{1 - \frac{a^2-b^2}{a^2}\cos^2\chi}}{\cos\chi}d\chi,$$

$$ds = \frac{a\sqrt{1 - \frac{a^2-b^2}{a^2}\cos^2\chi}}{\cos\Theta}d\chi;$$

czyli:

$$d\varphi = \frac{b\operatorname{tg}\Theta\sqrt{1 + \frac{a^2-b^2}{b^2}\sin^2\chi}}{a\cos\chi}d\chi,$$

$$ds = \frac{b\sqrt{1 + \frac{a^2-b^2}{b^2}\sin^2\chi}}{\cos\Theta}d\chi;$$

czyli:

(50)
$$\begin{cases} d\varphi = \dfrac{\operatorname{tg}\Theta \sqrt{1 - e^2\cos^2\chi}}{\cos\chi} d\chi, \\ ds = \dfrac{a\sqrt{1 - e^2\cos^2\chi}}{\cos\Theta} d\chi; \end{cases}$$

albo:

(51)
$$\begin{cases} d\varphi = \dfrac{b\operatorname{tg}\Theta \sqrt{1 + \varepsilon^2\sin^2\chi}}{a\cos\chi} d\chi, \\ ds = \dfrac{b\sqrt{1 + \varepsilon^2\sin^2\chi}}{\cos\Theta} d\chi; \end{cases}$$

albo też:

(52)
$$\begin{cases} d\varphi = \dfrac{\operatorname{tg}\Theta \sqrt{1 - e^2}\sqrt{1 + \varepsilon^2\sin^2\chi}}{\cos\chi} d\chi, \\ ds = \dfrac{b\sqrt{1 + \varepsilon^2\sin^2\chi}}{\cos\Theta} d\chi; \end{cases}$$

albo też wreszcie:

(53)
$$\begin{cases} d\varphi = \dfrac{\operatorname{tg}\Theta \sqrt{1 + \varepsilon^2\sin^2\chi}}{\cos\chi\sqrt{1 + \varepsilon^2}} d\chi, \\ ds = \dfrac{b\sqrt{1 + \varepsilon^2\sin^2\chi}}{\cos\Theta} d\chi. \end{cases}$$

Wzory (50), (51), (52), (53) po scałkowaniu dają:

(54)
$$\begin{cases} \Omega = \operatorname{tg}\Theta \displaystyle\int_{\Sigma}^{\Sigma_1} \dfrac{\sqrt{1 - e^2\cos^2\chi}}{\cos\chi} d\chi, \\ s = \dfrac{a}{\cos\Theta} \displaystyle\int_{\Sigma}^{\Sigma_1} \sqrt{1 - e^2\cos^2\chi}\, d\chi; \end{cases}$$

albo:

(55)
$$\begin{cases} \Omega = \dfrac{b}{a} \operatorname{tg}\Theta \displaystyle\int_{\Sigma}^{\Sigma_1} \dfrac{\sqrt{1 + \varepsilon^2\sin^2\chi}}{\cos\chi} d\chi, \\ s = \dfrac{b}{\cos\Theta} \displaystyle\int_{\Sigma}^{\Sigma_1} \sqrt{1 + \varepsilon^2\sin^2\chi} \,.\, d\chi; \end{cases}$$

albo też:

(56)
$$\begin{cases} \Omega = \operatorname{tg}\Theta \sqrt{1-e^2} \displaystyle\int_{\Sigma}^{\Sigma_1} \frac{\sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\chi}}{\cos\chi} d\chi, \\ s = \dfrac{b}{\cos\Theta} \displaystyle\int_{\Sigma}^{\Sigma_1} \sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\chi} \,.\, d\chi; \end{cases}$$

albo też wreszcie:

(57)
$$\begin{cases} \Omega = \dfrac{\operatorname{tg}\Theta}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \displaystyle\int_{\Sigma}^{\Sigma_1} \frac{\sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\chi}}{\cos\chi} d\chi, \\ s = \dfrac{b}{\cos\Theta} \displaystyle\int_{\Sigma}^{\Sigma_1} \sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\chi} \,.\, d\chi. \end{cases}$$

Ponieważ:

$$d\sin\chi = \cos\chi d\chi, \quad \text{a stąd:} \quad d\chi = \frac{d\sin\chi}{\cos\chi},$$

przeto wzory (54), (55), (56), (57) przejdą w następujące:

(58)
$$\begin{cases} \Omega = \operatorname{tg}\Theta \displaystyle\int_{\sin\Sigma}^{\sin\Sigma_1} \frac{\sqrt{1-e^2+e^2\sin^2\chi}}{1-\sin^2\chi} d\sin\chi; \\ s = \dfrac{a}{\cos\Theta} \displaystyle\int_{\sin\Sigma}^{\sin\Sigma_1} \frac{\sqrt{1-e^2+e^2\sin^2\chi}}{\sqrt{1-\sin^2\chi}} d\sin\chi; \end{cases}$$

albo:

(59)
$$\begin{cases} \Omega = \dfrac{b}{a} \operatorname{tg}\Theta \displaystyle\int_{\sin\Sigma}^{\sin\Sigma_1} \frac{\sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\chi}}{1-\sin^2\chi} d\sin\chi, \\ s = \dfrac{b}{\cos\Theta} \displaystyle\int_{\sin\Sigma}^{\sin\Sigma_1} \frac{\sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\chi}}{\sqrt{1-\sin^2\chi}} d\sin\chi; \end{cases}$$

albo też:

(60)
$$\begin{cases} \Omega = \operatorname{tg}\Theta \sqrt{1-e^2} \displaystyle\int_{\sin\Sigma}^{\sin\Sigma_1} \frac{\sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\chi}}{1-\sin^2\chi} d\sin\chi, \\ s = \dfrac{b}{\cos\Theta} \displaystyle\int_{\sin\Sigma}^{\sin\Sigma_1} \frac{\sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\chi}}{\sqrt{1-\sin^2\chi}} d\sin\chi; \end{cases}$$

albo też wreszcie:

$$(61)\quad \begin{cases} \Omega = \dfrac{\operatorname{tg}\Theta}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} \displaystyle\int_{\sin\Sigma}^{\sin\Sigma_1} \dfrac{\sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\chi}}{1-\sin^2\chi} d\sin\chi, \\ s = \dfrac{b}{\cos\Theta} \displaystyle\int_{\sin\Sigma}^{\sin\Sigma_1} \dfrac{\sqrt{1+\varepsilon^2\sin^2\chi}}{\sqrt{1-\sin^2\chi}} d\sin\chi. \end{cases}$$

12. Dalsze rozwinięcie pierwszego zasadniczego wzoru W celu rozwinięcia wzoru (37)

$$(37)\qquad \Omega = (1-e^2)\operatorname{tg}\Theta \int_{\sin S}^{\sin S_1} \frac{d\sin\psi}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)}$$

połóżmy:

$$\frac{1}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)} = \frac{A}{1-\sin^2\psi} + \frac{B}{1-e^2\sin^2\psi},$$

czyli:

$$\frac{1}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)} = \frac{A+B-(e^2A+B)\sin^2\psi}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)},$$

z czego na wyznaczenie A i B wypada:

$$A+B=1, \qquad e^2A+B=o,$$

więc:

$$A = \frac{1}{1-e^2}, \qquad B = -\frac{e^2}{1-e^2};$$

zatym:

$$\frac{1}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)} = \frac{1}{1-e^2}\left[\frac{1}{1-\sin^2\psi} - \frac{e^2}{1-e^2\sin^2\psi}\right].$$

Atoli

$$\frac{1}{1-\sin^2\psi} = \frac{1}{2(1-\sin\psi)} + \frac{1}{2(1+\sin\psi)},$$

$$\frac{1}{1-e^2\sin^2\psi} = \frac{1}{2(1-e\sin\psi)} + \frac{1}{2(1+e\sin\psi)};$$

więc otrzymujemy:

$$\frac{1}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)} = \frac{1}{2(1-e^2)}\left[\frac{1}{1-\sin\psi} + \frac{1}{1+\sin\psi} - \right.$$

$$\left. - \frac{e^2}{1-e\sin\psi} - \frac{e^2}{1+e\sin\psi}\right],$$

zatym:

$$\int \frac{d\sin\psi}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)} =$$

$$= \frac{1}{2(1-e^2)}\left[\int\frac{d\sin\psi}{1-\sin\psi} + \int\frac{d\sin\psi}{1+\sin\psi} -\right.$$

$$\left. - e^2\int\frac{d\sin\psi}{1-e\sin\psi} - e^2\int\frac{d\sin\psi}{1+e\sin\psi}\right] =$$

$$= \frac{1}{2(1-e^2)}\left[l(1+\sin\psi) - l(1-\sin\psi) \quad el(1+e\sin\psi) + el(1-e\sin\psi)\right] =$$

$$= \frac{1}{2(1-e^2)}\left[l\frac{1+\sin\psi}{1-\sin\psi} - el\frac{1+e\sin\psi}{1-e\sin\psi}\right],$$

a ponieważ:

$$\frac{1+\sin\psi}{1-\sin\psi} = \frac{1+\cos(90^0-\psi)}{1-\cos(90^0-\psi)} = \left[\frac{\cos(45^0-\frac{1}{2}\psi)}{\sin(45^0-\frac{1}{2}\psi)}\right]^2 = \left[\frac{\sin(45^0+\frac{1}{2}\psi)}{\cos(45^0+\frac{1}{2}\psi)}\right]^2 =$$

$$= \operatorname{ctg}^2(45^0-\tfrac{1}{2}\psi) = \operatorname{tg}^2(45^0+\tfrac{1}{2}\psi),$$

zatym otrzymamy:

$$\int\frac{d\sin\psi}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)} =$$

$$= \frac{1}{1-e^2}\left[l\operatorname{tg}(45^0+\tfrac{1}{2}\psi) - \tfrac{1}{2}el\frac{1+e\sin\psi}{1-e\sin\psi}\right].$$

Przeto:

$$\int_{\sin S}^{\sin S_1}\frac{d\sin\psi}{(1-\sin^2\psi)(1-e^2\sin^2\psi)} =$$

$$= \frac{1}{1-e^2}\left\{\begin{array}{l} l\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S_1) - \frac{1}{2}el\frac{1+e\sin S_1}{1-e\sin S_1} - \\ -l\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S) + \frac{1}{2}el\frac{1+e\sin S}{1-e\sin S}\end{array}\right\},$$

co podstawiwszy w (37), otrzymamy:

$$(62) \qquad \Omega = \operatorname{tg}\theta\left\{l\operatorname{tg}(45^0+\tfrac{1}{2}S_1) - \tfrac{1}{2}el\frac{1+e\sin S_1}{1-e\sin S_1} -\right.$$

$$\left. - l\operatorname{tg}(45^0+\tfrac{1}{2}S) + \tfrac{1}{2}el\frac{1+e\sin S}{1-e\sin S}\right\},$$

czyli:

(63)

$$\Omega = \operatorname{tg}\Theta \left\{ l\frac{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S_1)}{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S)} - \tfrac{1}{2}e\left[l\frac{1+e\sin S_1}{1-e\sin S_1} - l\frac{1+e\sin S}{1-e\sin S} \right] \right\},$$

czyli:

$$(64)\quad \Omega = \operatorname{tg}\Theta \left\{ l\frac{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S_1)}{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S)} \quad \tfrac{1}{2}el\frac{(1-e\sin S)(1+e\sin S_1)}{(1+e\sin S)(1-e\sin S_1)} \right\},$$

albo: (65)

$$\Omega = \operatorname{tg}\Theta \left\{ l\frac{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S_1)}{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S)} \quad \tfrac{1}{2}el\frac{1-e(\sin S-\sin S_1)-e^2\sin S\sin S_1}{1+e(\sin S-\sin S_1)-e^2\sin S\sin S_1} \right\},$$

albo też wreszcie:

$$(66)\quad \Omega = \operatorname{tg}\Theta \left\{ l\frac{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S_1)}{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S)} - \right.$$

$$\left. -\tfrac{1}{2}el\frac{1-2e\sin\frac{1}{2}(S-S_1)\cos\frac{1}{2}(S+S_1)-e^2\sin S\sin S_1}{1+2e\sin\frac{1}{2}(S-S_1)\cos\frac{1}{2}(S+S_1)-e^2\sin S\sin S_1} \right\}.$$

Połóżmy dla krótkości pisania:

$$(67)\quad F(\psi) = l\operatorname{tg}(45^0+\tfrac{1}{2}\psi) - \tfrac{1}{2}el\frac{1+e\sin\psi}{1-e\sin\psi},$$

natenczas podług (62) mieć będziemy:

$$(68)\quad \Omega = \operatorname{tg}\Theta \left\{ F(S_1) - F(S) \right\}.$$

Wiadomo, że:

$$l\frac{1+e\sin S}{1-e\sin S} = 2(e\sin S+\tfrac{1}{3}e^3\sin^3 S+\tfrac{1}{5}e^5\sin^5 S+\ldots),$$

jakoteż:

$$l\frac{1+e\sin S_1}{1-e\sin S_1} = 2(e\sin S_1+\tfrac{1}{3}e^3\sin^3 S_1+\tfrac{1}{5}e^5\sin^5 S_1+\ldots);$$

natenczas wzór (63) przejdzie w następujący:

$$(69)\quad \Omega = \operatorname{tg}\Theta \left\{ l\frac{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S_1)}{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}S)} + e^2(\sin S - \sin S_1) + \right.$$

$$\left. + \tfrac{1}{3}e^4(\sin^3 S-\sin^3 S_1)+\tfrac{1}{5}e^6(\sin^5 S-\sin^5 S_1)+\ldots \right\},$$

czyli opuściwszy wyrazy, które ze względu na *e* są czwartego i wyższego rzędu, mieć będziemy:

$$(70)\quad \Omega = \mathrm{tg}\Theta\left\{ l\frac{\mathrm{tg}(45^0+\frac{1}{2}S_1)}{\mathrm{tg}(45^0+\frac{1}{2}S)} + 2e^2\sin\tfrac{1}{2}(S-S_1)\cos\tfrac{1}{2}(S+S_1)\right\}.$$

Na wyrażenie Ω w minutach lub sekundach mamy:

$$\Omega = \frac{\mathrm{tg}\Theta}{\mathrm{arc.}\,1'}\left\{ F(S_1)-F(S)\right\},$$

albo:

$$\Omega = \frac{\mathrm{tg}\Theta}{\mathrm{arc.}\,1''}\left\{ F(S_1)-F(S)\right\},$$

czyli:

$$(71)\quad \Omega = \frac{\mathrm{tg}\Theta}{\mathrm{arc.}\,1'}\left\{ l\frac{\mathrm{tg}(45^0+\frac{1}{2}S_1)}{\mathrm{tg}(45^0+\frac{1}{2}S)} + 2e^2\sin\tfrac{1}{2}(S-S_1)\cos(S+S_1)\right\},$$

jakotéż:

$$(72)\quad \Omega = \frac{\mathrm{tg}\Theta}{\mathrm{arc}\,1''}\left\{ l\frac{\mathrm{tg}(45^0+\frac{1}{2}S_1)}{\mathrm{tg}(45^0+\frac{1}{2}S)} + 2e^2\sin\tfrac{1}{2}(S-S_1)\cos(S+S_1)\right\}.$$

13. Przekształcenie drugiego wzoru zasadniczego. W ust. 9. pod (45) otrzymaliśmy na wyrażenie *s* następujący wzór:

$$(45)\quad s = \frac{a(1-e^2)}{\cos\Theta}\int_S^{S_1}\frac{d\psi}{\left[1-e^2\sin^2\psi\right]^{\frac{3}{2}}}$$

Według wzoru Newtona mamy:

$$\frac{d\psi}{\left[1-e^2\sin^2\psi\right]^{\frac{3}{2}}} =$$

$$=\left(1+\tfrac{3}{2}e^2\sin^2\psi+\frac{3.5}{2.4}e^4\sin^4\psi+\frac{3.5.7}{2.4.6}e^6\sin^6\psi+\ldots\right)d\psi,$$

co podstawiwszy w (45) i następnie scałkowawszy, otrzymamy:

$$(73)\quad s = \frac{a(1-e^2)}{\cos\Theta}\left\{S_1-S+\tfrac{3}{2}e^2\int_S^{S_1}\sin^2\psi d\psi + \right.$$

$$\left. + \frac{3.5}{2.4}e^4\int_S^{S_1}\sin^4\psi d\psi + \frac{3.5.7}{2.4.6}e^6\int_S^{S^1}\sin^6\psi d\psi + \ldots\right\}.$$

Wyrażając $S_1 - S$ w minutach, otrzymamy:

(74) $$s = \frac{a(1-e^2)}{\cos\Theta}\left\{(S_1 - S)\operatorname{arc.}1' + \tfrac{3}{2}e^2\int_S^{S_1}\sin^2\psi d\psi + \right.$$

$$\left. + \frac{3.5}{2.4}e^4\int_S^{S_1}\sin^4\psi d\psi + \frac{3.5.7}{2.4.6}e^6\int_S^{S_1}\sin^6\psi d\psi + \ldots\right\},$$

a skoro wyrazimy $S_1 - S$ w sekundach, mieć będziemy następujące wyrażenie:

(75) $$s = \frac{a(1-e^2)}{\cos\Theta}\left\{(S_1 - S)\operatorname{arc.}1'' + \tfrac{3}{2}e^2\int_S^{S_1}\sin^2\psi d\psi + \right.$$

$$\left. + \frac{3.5}{2.4}e^4\int_S^{S_1}\sin^4\psi d\psi + \frac{3.5.7}{2.4.6}e^6\int_S^{S_1}\sin^6\psi d\psi + \ldots\right\}.$$

Ponieważ:

$$\int\sin^{2n}\psi d\psi = -\frac{\sin^{2n-1}\psi\cos\psi}{2n} + \frac{2n-1}{2n}\int\sin^{2n-2}\psi d\psi,$$

przeto:

(76) $$\int_S^{S_1}\sin^{2n}\psi d\psi =$$

$$= -\frac{\sin^{2n-1}S_1\cos S_1 - \sin^{2n-1}S\cos S}{2n} + \frac{2n-1}{2n}\int_S^{S_1}\sin^{2n-2}\psi d\psi.$$

Zatym według powyższego wzoru będzie:
dla $n = 1$

$$\int_S^{S_1}\sin^2\psi d\psi = \frac{\sin S\cos S - \sin S_1\cos S_1}{2} + \tfrac{1}{2}\int_S^{S_1}d\psi,$$

$$= \tfrac{1}{2}(S_1 - S) + \tfrac{1}{4}(\sin 2S - \sin 2S_1),$$

$$= \tfrac{1}{2}(S_1 - S) + \tfrac{1}{2}\sin(S - S_1)\cos(S + S_1).$$

Opuściwszy w (73) te wyrazy, które ze względu na e są rzędu czwartego i wyższego, otrzymamy:

(77) $$s = \frac{a(1-e^2)}{\cos\Theta}\left\{(1 + \tfrac{3}{4}e^2)(S_1 - S) + \tfrac{3}{4}e^2\sin(S - S_1)\cos(S + S_1)\right\}.$$

Wyrażając $S_1 - S$ w minutach, otrzymujemy następujące wyrażenie:

$$(78)\quad s = \frac{a(1-e^2)}{\cos\Theta}\left\{(1+\tfrac{3}{4}e^2)(S_1-S)\,\mathrm{arc}.1' + \tfrac{3}{4}e^2\sin(S\quad S_1)\cos(S+S_1)\right\},$$

a wyraziwszy $S_1 - S$ w sekundach, mamy:

$$(79)\quad s = \frac{a(1-e^2)}{\cos\Theta}\left\{(1+\tfrac{3}{4}e^2)(S_1-S)\,\mathrm{arc}.1'' + \tfrac{3}{4}e^2\sin(S-S_1)\cos(S+S_1)\right\}.$$

Położywszy wogóle:

$$\Phi(\psi) = a(1-e^2)\int_0^{\psi}\frac{d\psi}{\left[1-e^2\sin^2\psi\right]^{\frac{3}{2}}},$$

otrzymamy zamiast (45) następujące wyrażenie:

$$(80)\qquad s = \frac{\Phi(S_1)-\Phi(S)}{\cos\Theta}.$$

14. Z wzorów zasadniczych, zawierających w sobie zredukowaną szerokość, poddamy bliższemu rozważaniu wzory (54), tj:

$$(54)\quad \begin{cases} \Omega = \operatorname{tg}\Theta \displaystyle\int_{\Sigma}^{\Sigma_1}\frac{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}}{\cos\chi}d\chi, \\ s = \dfrac{a}{\cos\Theta}\displaystyle\int_{\Sigma}^{\Sigma_1}\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}\,.\,d\chi. \end{cases}$$

W tym celu połóżmy:

$$(81)\quad \begin{cases} \mathfrak{F}(\chi) = \displaystyle\int_0^{\chi}\frac{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}}{\cos\chi}d\chi, \\ \mathfrak{F}_1(\chi) = a\displaystyle\int_0^{\chi}\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}\,.\,d\chi; \end{cases}$$

natenczas wzory (54) przybiorą kształt następujący:

$$(82)\quad \begin{cases} \Omega = \operatorname{tg}\Theta\left\{\mathfrak{F}(\Sigma_1)-\mathfrak{F}(\Sigma)\right\}, \\ s = \dfrac{\mathfrak{F}_1(\Sigma_1)-\mathfrak{F}_1(\Sigma)}{\cos\Theta}; \end{cases}$$

albo:

$$(83)\quad \begin{cases} \Omega = \operatorname{tg}\Theta \left\{ \mathfrak{F}(\Sigma_1) - \mathfrak{F}(\Sigma) \right\}, \\ s = \sec\Theta \left\{ \mathfrak{F}_1(\Sigma_1) - \mathfrak{F}_1(\Sigma) \right\}. \end{cases}$$

Dalsze badanie zatym powyższych wzorów wymaga rozwinięcia obu całek pod (81) podanych, czym zajmiemy się w następującym ustępie.

15. Rozwinięcie całki $\mathfrak{F}(\chi) = \int_0^\chi \frac{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}}{\cos\chi} d\chi.$

Aby ją rozwinąć, połóżmy:

$$(84)\quad t = \frac{\sin\chi}{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}},$$

zatym:

$$dt = \frac{(1-e^2)\cos\chi d\chi}{(1-e^2\cos^2\chi)\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}},$$

skąd:

$$d\chi = \frac{(1-e^2\cos^2\chi)\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}}{(1-e^2)\cos\chi} dt,$$

więc:

$$(85)\quad \frac{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}}{\cos\chi} d\chi = \frac{(1-e^2\cos^2\chi)^2}{(1-e^2)\cos^2\chi} dt.$$

Równanie (84) daje:

$$(1-e^2\cos^2\chi)t^2 = \sin^2\chi,$$

zatym:

$$\cos^2\chi = \frac{1-t^2}{1-e^2t^2},$$

$$1-e^2\cos^2\chi = \frac{1-e^2}{1-e^2t^2};$$

więc:

$$\frac{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}}{\cos\chi} d\chi = \frac{(1-e^2)}{(1-t^2)(1-e^2t^2)} dt,$$

przeto:

$$\int \frac{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}}{\cos\chi} d\chi = (1-e^2) \int \frac{dt}{(1-t^2)(1-e^2t^2)}.$$

Atoli:

$$\frac{1}{(1-t^2)(1-e^2t^2)} = \frac{1}{1-e^2} \left\{ \frac{1}{1-t^2} - \frac{e^2}{1-e^2t^2} \right\},$$

jakotéż:

$$\frac{1}{1-t^2}=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{1-t}+\frac{1}{1+t}\right\},$$

$$\frac{1}{1-e^2t^2}=\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{1-et}+\frac{1}{1+et}\right\};$$

przeto:

$$\frac{dt}{(1-t^2)(1-e^2t^2)}=$$

$$=\frac{1}{2(1-e^2)}\left\{\frac{dt}{1-t}+\frac{dt}{1+t}-\frac{e^2dt}{1-et}-\frac{e^2dt}{1+et}\right\},$$

zatym:

$$\int\frac{dt}{(1-t^2)(1-e^2t^2)}=$$

$$(86)\quad =\frac{1}{2(1-e^2)}\left\{\int\frac{dt}{1-t}+\int\frac{dt}{1+t}-e^2\int\frac{dt}{1-et}-e^2\int\frac{dt}{1+et}\right\}.$$

Ponieważ $e^2<1$, przeto także:

$$e^2\cos^2\chi<\cos^2\chi,$$

więc:

$$1-e^2\cos^2\chi>1-\cos^2\chi,$$

czyli:

$$1-e^2\cos^2\chi>\sin^2\chi,$$

zatym:

$$\frac{\sin^2\chi}{1-e^2\cos^2\chi}<1,$$

z czego wypada, że bezwzględna wartość ilości t, a następnie tym bardziéj bezwzględna wartość ilości et jest mniejsza od jedności, jakotéż że $1-t$, $1+t$, $1-et$, $1+et$ są wszystkie ilościami dodatnimi nieznikającymi. Zatym podług zasad całkowego rachunku otrzymujemy:

$$\int\frac{dt}{1-t}=-l(1-t),$$

$$\int\frac{dt}{1+t}=l(1+t),$$

$$\int\frac{dt}{1-et}=-\frac{1}{e}l(1-et),$$

$$\int\frac{dt}{1+et}=\frac{1}{e}l(1+et).$$

Stosownie do tego równanie (86) przejdzie w następujące:

$$\int \frac{dt}{(1-t^2)(1-e^2t^2)} =$$

$$= \frac{1}{2(1-e^2)} \left\{ l(1+t) - l(1-t) - el(1+et) + el(1-et) \right\},$$

czyli:

$$(87) \qquad \int \frac{dt}{(1-t^2)(1-e^2t^2)} = \frac{1}{2(1-e^2)} \left\{ l\frac{1+t}{1-t} - el\frac{1+et}{1-et} \right\}.$$

Uwzględniając (84), otrzymamy:

$$(88) \qquad \mathfrak{F}(\chi) = \tfrac{1}{2} \left\{ l\frac{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}+\sin\chi}{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}-\sin\chi} - el\frac{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}+e\sin\chi}{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}-e\sin\chi} \right\}.$$

Kładąc:

$$\cos\alpha = \frac{\sin\chi}{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}}, \quad \cos\beta = \frac{e\sin\chi}{\sqrt{1-e^2\cos^2\chi}},$$

mieć będziemy:

$$(89) \qquad \mathfrak{F}(\chi) = l\mathrm{ctg}\tfrac{1}{2}\alpha - el\mathrm{ctg}\tfrac{1}{2}\beta,$$

albo też:

$$(90) \qquad \mathfrak{F}(\chi) = l\frac{\mathrm{ctg}\tfrac{1}{2}\alpha}{\left(\mathrm{ctg}\tfrac{1}{2}\beta\right)^e}.$$

16. Całkę $\mathfrak{F}(\chi)$ możemy także przedstawić pod postacią szeregu nieskończonego. Wiemy bowiem, że:

$$\sqrt{1-e^2\cos^2\chi} = 1 - \tfrac{1}{2}e^2\cos^2\chi - \frac{1}{2.4}e^4\cos^4\chi - \frac{1.3}{2.4.6}e^6\cos^6\chi \ldots\ldots$$

Zatym:

$$\mathfrak{F}(\chi) = \int_0^\chi \frac{d\chi}{\cos\chi} - \frac{1}{2}e^2\int_0^\chi \cos\chi d\chi - \frac{1}{2.4}e^4\int_0^\chi \cos^3\chi d\chi -$$

$$- \frac{1.3}{2.4.6}e^6\int_0^\chi \cos^5\chi d\chi - \ldots.$$

Ale:

$$\int \frac{d\chi}{\cos\chi} = \int \frac{d\sin\chi}{\cos^2\chi} = \int \frac{d\sin\chi}{1-\sin^2\chi} =$$

$$= \tfrac{1}{2}\int \frac{d\sin\chi}{1-\sin\chi} + \tfrac{1}{2}\int \frac{d\sin\chi}{1+\sin\chi} =$$

*

$$= \tfrac{1}{2}\left\{ l(1+\sin\chi) - l(1-\sin\chi)\right\},$$

zatym:

$$\int_0^\chi \frac{d\chi}{\cos\chi} = \tfrac{1}{2} l \frac{1+\sin\chi}{1-\sin\chi} = l\operatorname{ctg}(45^0 - \tfrac{1}{2}\chi) = l\operatorname{tg}(45^0 + \tfrac{1}{2}\chi),$$

więc:

$$(91) \quad \mathfrak{F}(\chi) = l\operatorname{tg}(45^0 + \tfrac{1}{2}\chi) - \tfrac{1}{2}e^2 \int_0^\chi \cos\chi d\chi - \frac{1}{2.4} e^4 \int_0^\chi \cos^3 d\chi -$$

$$- \frac{1.3}{2.4.6} e^6 \int_0^\chi \cos^5 d\chi - \ldots$$

Ponieważ wiadomo, że:

$$(92) \quad \int_0^\chi \cos^n \chi d\chi = \frac{\sin\chi \cos^{n-1}\chi}{n} + \frac{n-1}{n} \int_0^\chi \cos^{n-2}\chi d\chi,$$

przeto opuściwszy wyrazy, które ze względu na e są wyższego niż czwartego rzędu, otrzymamy:

$$\int_0^\chi \cos\chi d\chi = \sin\chi,$$

$$\int_0^\chi \cos^3\chi d\chi = \tfrac{1}{3}\sin\chi\cos^2\chi + \tfrac{2}{3}\sin\chi = \tfrac{1}{3}\sin\chi(2+\cos^2\chi)$$

$$= \sin\chi(1 - \tfrac{1}{3}\sin^2\chi);$$

zatym:

$$(93) \quad \mathfrak{F}(\chi) = l\operatorname{tg}(45^0 + \tfrac{1}{2}\chi) - \tfrac{1}{2}e^2\sin\chi - \tfrac{1}{8}e^4\sin\chi(1 - \tfrac{1}{3}\sin^2\chi),$$

albo też:

$$(94) \quad \mathfrak{F}(\chi) = l\operatorname{tg}(45^0 + \tfrac{1}{2}\chi) - \tfrac{1}{2}e^2\sin\chi - \tfrac{1}{48}e^4\sin\chi(5+\cos 2\chi).$$

Uwaga. Chcąc wyrazić $\mathfrak{F}(\chi)$ w minutach albo sekundach, należy powyższe równania podzielić odpowiednio przez *arc. 1'* lub *arc. 1''*.

Uwzględniając zatym wyrazy drugiego rzędu, otrzymamy z (83) i (93) następujące wzory:

$$(95) \quad \Omega = \operatorname{tg}\Theta \left\{ l \frac{\operatorname{tg}(45^0 + \tfrac{1}{2}\Sigma_1)}{\operatorname{tg}(45^0 + \tfrac{1}{2}\Sigma)} + \tfrac{1}{2}e^2(\sin\Sigma - \sin\Sigma_1)\right\},$$

albo też:

$$(96)\quad \Omega = \operatorname{tg}\Theta \left\{ l\frac{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}\Sigma_1)}{\operatorname{tg}(45^0+\frac{1}{2}\Sigma)} + e^2\sin\tfrac{1}{2}(\Sigma-\Sigma_1)\cos\tfrac{1}{2}(\Sigma+\Sigma_1) \right\}.$$

Również i te wzory trzeba podzielić przez *arc. 1'* lub *arc. 1''*, jeżeli chcemy wyrazić Ω odpowiednio w minutach albo sekundach.

17. Rozwinięcie całki $\mathfrak{F}_1(\chi) = a\int_0^\chi \sqrt{1-e^2\cos\chi}\,.\,d\chi$.— Stosując wzór Newtona, otrzymamy jak poprzednio następujące rozwinięcie:

$$(97)\quad \mathfrak{F}_1(\chi) = a\left\{\chi - \tfrac{1}{2}e^2\int_0^\chi \cos^2\chi d\chi - \frac{1}{2.4}e^4\int_0^\chi \cos^4\chi d\chi - \right.$$

$$\left. - \frac{1.3}{2.4.6}e^6\int_0^\chi \cos^6\chi d\chi - \ldots\ldots \right\}.$$

Całki przychodzące w tym rozwinięciu dadzą się wyznaczyć zapomocą formułki redukcyjnéj (92). Uwzględniając w rozwinięciu wyrazy, które ze względu na *e* są czwartego rzędu, otrzymamy:

$$\int_0^\chi \cos^2\chi d\chi = \tfrac{1}{2}\sin\chi\cos\chi + \tfrac{1}{2}\int_0^\chi d\chi$$
$$= \tfrac{1}{2}(\chi+\sin\chi\cos\chi) = \tfrac{1}{2}(\chi+\tfrac{1}{2}\sin2\chi),$$

jakotéż:

$$\int_0^\chi \cos^4\chi d\chi = \tfrac{1}{4}\sin\chi\cos^3\chi + \tfrac{3}{4}\int_0^\chi \cos^2\chi d\chi$$
$$= \tfrac{3}{8}(\chi+\sin\chi\cos\chi+\tfrac{2}{3}\sin\chi\cos^3\chi)$$
$$= \tfrac{3}{8}\chi+\tfrac{3}{16}\sin2\chi(1+\tfrac{2}{3}\cos^2\chi)$$
$$= \tfrac{3}{8}\chi+\tfrac{1}{16}\sin2\chi(3+2\cos^2\chi)$$
$$= \tfrac{3}{8}\chi+\tfrac{1}{16}\sin2\chi(4+\cos2\chi)$$
$$= \tfrac{3}{8}\chi+\tfrac{1}{4}\sin2\chi+\tfrac{1}{32}\sin4\chi;$$

przeto wzór (97) przejdzie w następujący:

$$(98)\quad \mathfrak{F}_1(\chi) = a\left\{\chi-\tfrac{1}{4}e^2(\chi+\tfrac{1}{2}\sin2\chi)-\tfrac{1}{32}e^4(\tfrac{3}{2}\chi+\sin2\chi+\tfrac{1}{8}\sin4\chi)\right\},$$

czyli:

$$(99)\quad \mathfrak{F}_1(\chi) = a\left\{(1-\tfrac{1}{4}e^2-\tfrac{3}{64}e^4)\chi-\tfrac{1}{8}e^2(1+\tfrac{1}{4}e^2)\sin2\chi-\tfrac{1}{256}e^4\sin4\chi\right\}.$$

Wyrażając χ w minutach lub sekundach, należy w poprzednich wzorach za χ podstawić odpowiednio $\chi.arc.1'$ lub $\chi.arc.1''$.

Z (83) i (99) wypada:

$$(100)\quad s=a\sec\Theta\left\{(1-\tfrac{1}{4}e^2-\tfrac{3}{64}e^4)(\Sigma_1-\Sigma)-\tfrac{1}{8}e^2(1+\tfrac{1}{4}e^2)(\sin2\Sigma_1-\sin2\Sigma)-\right.$$

$$\left.-\tfrac{1}{256}e^4(\sin4\Sigma_1-\sin4\Sigma)\right\},$$

albo:

$$(101)\quad s=a\sec\Theta\left\{(1-\tfrac{1}{4}e^2-\tfrac{3}{64}e^4)(\Sigma_1-\Sigma)+\right.$$

$$\left.+\tfrac{1}{4}e^2(1+\tfrac{1}{4}e^2)\sin(\Sigma-\Sigma_1)\cos(\Sigma+\Sigma_1)+\tfrac{1}{128}e^4\sin2(\Sigma-\Sigma_1)\cos2(\Sigma+\Sigma_1)\right\}.$$

Uwzględniając w rozwinięciu wyrazy drugiego rzędu ze względu na e, otrzymujemy również dostatecznie dokładne wyrażenia następujące:

$$(102)\quad s=a\sec\Theta\left\{(1-\tfrac{1}{4}e^2)(\Sigma_1-\Sigma)+\tfrac{1}{8}e^2(\sin2\Sigma-\sin2\Sigma_1)\right\}.$$

albo:

$$(103)\quad s=a\sec\Theta\left\{(1-\tfrac{1}{4}e^2)(\Sigma_1-\Sigma)+\tfrac{1}{4}e^2\sin(\Sigma-\Sigma_1)\cos(\Sigma+\Sigma_1)\right\}.$$

Skoro $\Sigma_1-\Sigma$ wyrażamy w minutach lub sekundach, należy w powyższych wzorach za $\Sigma_1-\Sigma$ podstawić odpowiednio:

$(\Sigma_1-\Sigma).arc.1'$ lub $(\Sigma_1-\Sigma).arc.1''$.

18. Równanie stycznéj do loxodromii w danym punkcie *(uvw)*. Wiadomo, że równania:

$$x-u=\frac{du}{dw}(z-w),$$

$$y-v=\frac{dv}{dw}(z-w)$$

są równaniami stycznéj do linii loxodromicznéj w danym punkcie *(uvw)*. Oznaczywszy długość tegoż punktu *(uvw)* przez φ, a prawdziwą jego szerokość przez ψ, podług (29) otrzymujemy:

$$\frac{du}{dw} = -\frac{\sin\varphi\cos\psi(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi) + b^2\cos\varphi\sin\psi\frac{d\psi}{d\varphi}}{b^2\cos\psi\frac{d\psi}{d\varphi}},$$

$$\frac{dv}{dw} = \frac{\cos\varphi\cos\psi(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi) - b^2\sin\varphi\sin\psi\frac{d\psi}{d\varphi}}{b^2\cos\psi\frac{d\psi}{d\varphi}};$$

a że podług (33):

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{\cos\psi(a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi)}{b^2\mathrm{tg}\Theta},$$

zatym:

$$(104)\quad \begin{cases} \dfrac{du}{dw} = -\dfrac{\sin\varphi + \mathrm{ctg}\Theta\cos\varphi\sin\psi}{\mathrm{ctg}\Theta\cos\psi}, \\[2ex] \dfrac{dv}{dw} = \dfrac{\cos\varphi - \mathrm{ctg}\Theta\sin\varphi\sin\psi}{\mathrm{ctg}\Theta\cos\psi}. \end{cases}$$

Wyznaczywszy z (27) wartości na *u*, *v*, *w* i uwzględniając wzory (104), otrzymamy bezpośrednio następujące równania stycznéj do linii loxodromicznéj w punkcie *(uvw)*, a mianowicie:

$$(105)\quad \begin{cases} x - \dfrac{a^2\cos\varphi\cos\psi}{\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}} = \\[2ex] = -\dfrac{\sin\varphi + \mathrm{ctg}\Theta\cos\varphi\sin\psi}{\mathrm{ctg}\Theta\cos\psi}\left(z - \dfrac{b^2\sin\psi}{\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}\right), \\[2ex] y - \dfrac{a^2\sin\varphi\cos\psi}{\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}} = \\[2ex] = \dfrac{\cos\varphi - \mathrm{ctg}\Theta\sin\varphi\sin\psi}{\mathrm{ctg}\Theta\cos\psi}\left(z - \dfrac{b^2\sin\psi}{\sqrt{a^2\cos^2\psi + b^2\sin^2\psi}}\right); \end{cases}$$

albo też:

$$(106)\quad \begin{cases} x - \dfrac{a\cos\varphi\cos\psi}{\sqrt{1 - e^2\sin\psi}} = \\[2ex] = -\dfrac{\sin\varphi + \mathrm{ctg}\Theta\cos\varphi\sin\psi}{\mathrm{ctg}\Theta\cos\psi}\left(z - \dfrac{a(1-e^2)\sin\psi}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\psi}}\right), \end{cases}$$

$$
(106)\quad \begin{cases} y - \dfrac{a\sin\varphi\cos\psi}{\sqrt{1 - e^2\sin\psi}} = \\[2ex] = \dfrac{\cos\varphi - \operatorname{ctg}\Theta\sin\varphi\sin\psi}{\operatorname{ctg}\Theta\cos\psi}\left(z - \dfrac{a(1-e^2)\sin\psi}{\sqrt{1 - e^2\sin^2\psi}}\right). \end{cases}
$$

18. Równanie rzutu linii loxodromicznéj na płaszczyznę równika. W celu wyprowadzenia równania rzutu linii loxodromicznéj na płaszczyznę równika, pomyślmy sobie wykreślone promienie do punktów na powierzchni elipsojdy ziemskiéj leżących, których prawdziwe szerokości są S i S_1, i oznaczmy odpowiednio ich rzuty na płaszczyznę równika przez r i r_1, a znajdziemy:

$$
(107)\quad \begin{cases} r = \dfrac{a^2\cos S}{\sqrt{a^2\cos^2 S + b^2\sin^2 S}}, \\[2ex] r_1 = \dfrac{a^2\cos S_1}{\sqrt{a^2\cos^2 S_1 + b^2\sin^2 S_1}}. \end{cases}
$$

Z tych równań wynika:

$$
\sin^2 S = \frac{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}{1 - e^2\left(\frac{r}{a}\right)^2}, \qquad \sin^2 S_1 = \frac{1 - \left(\frac{r_1}{a}\right)^2}{1 - e^2\left(\frac{r_1}{a}\right)^2},
$$

a więc tymsamym:

$$
(108)\quad \sin S = \pm\frac{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}}{\sqrt{1 - e^2\left(\frac{r}{a}\right)^2}}, \qquad \sin S_1 = \pm\frac{\sqrt{1 - \left(\frac{r_1}{a}\right)^2}}{\sqrt{1 - e^2\left(\frac{r_1}{a}\right)^2}}.
$$

Ponieważ wiadomo, że:

$$
\Omega\operatorname{ctg}\Theta = \tfrac{1}{2}l\frac{(1-\sin S)(1+\sin S_1)}{(1+\sin S)(1-\sin S_1)} - \tfrac{1}{2}el\frac{(1 - e\sin S)(1 + e\sin S_1)}{(1 + e\sin S)(1 - e\sin S_1)},
$$

przeto skoro przyjmiemy początek i koniec linii loxodromicznéj na dodatniéj połowie powierzchni elipsojdy ziemskiéj, otrzymamy:

$$
(109)\quad \Omega\operatorname{ctg}\Theta =
$$

$$
= \tfrac{1}{2}l\frac{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} - \sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} + \sqrt{a^2 - r_1^2}\right)}{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} + \sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} - \sqrt{a^2 - r_1^2}\right)} -
$$

$$
- \tfrac{1}{2}el\frac{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} - e\sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} + e\sqrt{a^2 + r_1^2}\right)}{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} + e\sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} - e\sqrt{a^2 - r_1^2}\right)}.
$$

Jeżeli zaś początek i koniec linii loxodromicznéj leżą na odjemnéj połowie elipsojdy ziemskiéj, otrzymujemy:

(110) $$\Omega \mathrm{ctg}\Theta =$$
$$= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{l}\frac{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} + \sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2}\quad\sqrt{a^2 - r_1^2}\right)}{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} - \sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} + \sqrt{a^2 - r_1^2}\right)} -$$
$$- \tfrac{1}{2}e\,\mathrm{l}\frac{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} + e\sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2\quad e^2r_1^2} - e\sqrt{a^2 - r_1^2}\right)}{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} - e\sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} + e\sqrt{a^2 - r_1^2}\right)}.$$

Jeżeli następnie początek linii loxodromicznéj leży na dodatniéj, a koniec téjże na odjemnéj połowie elipsojdy ziemskiéj, mieć będziemy następujące równanie:

(111) $$\Omega \mathrm{ctg}\Theta =$$
$$= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{l}\frac{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} - \sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} - \sqrt{a^2 - r_1^2}\right)}{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} + \sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} + \sqrt{a^2 - r_1^2}\right)} -$$
$$- \tfrac{1}{2}e\,\mathrm{l}\frac{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} - e\sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} - e\sqrt{a^2 - r_1^2}\right)}{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} + e\sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} + e\sqrt{a^2 - r_1^2}\right)}.$$

Jeżeli wreszcie początek linii loxodromicznéj leży na odjemnéj, a koniec téjże na dodatniéj połowie powierzchni elipsojdy ziemskiéj, mieć będziemy:

(112) $$\Omega \mathrm{ctg}\Theta =$$
$$= \tfrac{1}{2}\,\mathrm{l}\frac{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} + \sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} + \sqrt{a^2\quad r_1^2}\right)}{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} - \sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} - \sqrt{a^2 - r_1^2}\right)} -$$
$$- \tfrac{1}{2}e\,\mathrm{l}\frac{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} + e\sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} + e\sqrt{a^2 - r_1^2}\right)}{\left(\sqrt{a^2 - e^2r^2} - e\sqrt{a^2 - r^2}\right)\left(\sqrt{a^2 - e^2r_1^2} - e\sqrt{a^2 - r_1^2}\right)}.$$

(Dokończenie nastąpi w przyszłorocznym programie).

SPRAWOZDANIE DYREKTORA.

I.

GRONO NAUCZYCIELSKIE

przy końcu roku szkolnego 1890/91.

1. Siedlecki Stanisław, dyrektor, uczył jęz. greckiego w kl. IIIa, tygodniowo godzin 5.
2. Pawlica Jan, profesor w VIII. randze, gospodarz kl. Ib, uczył języka łacińskiego i polskiego w kl. Ib, greckiego w kl. VIa, tygodniowo godzin 16.
3. Maziarski Wincenty, profesor w VIII. randze, gospodarz kl. VIa, uczył jęz. łacińskiego w kl. VIa+b, VIIa, tygodniowo godzin 17.
4. Kosiba Antoni, dr. filoz., profesor w VIII. randze, uczył jęz. polskiego w kl. Vb, VIIIa+b, propedeut. filoz. w kl. VIIa+b, VIIIa+b, tygodniowo godzin 17.
5. Kosiński Władysław, dr. filoz, profesor, zawiadowca biblioteki nauczycielskiéj, gospodarz kl. VIIIa, uczył jęz. łacińskiego w kl. Va, VIIIa, greckiego w VIIIa, tygodniowo godzin 16.
6. Rozmuski Czesław, profesor, gospodarz kl. VIb, zawiadowca działu geograficznego, uczył historyi i geografii w kl. Va, VIb, VIIa+b, VIIIa tygodniowo godzin 16.
7. Soswiński Antoni, profesor, gospodarz kl. VIIb, uczył jęz. niemieckiego w kl. VIIa+b, VIIIa+b, tygodniowo godzin 16.
8. Zaręczny Stanisław, dr. filoz., profesor, zawiadowca gabinetu historyi naturalnéj, uczył matematyki w kl. IIIa+b, historyi naturalnéj w kl. II, IIIa+b, Va+b, tygodniowo godzin 16.

9. Winkowski Józef, profesor, gospodarz kl. VIIIb, uczył jęz. łacińskiego w kl. VIIIb, greckiego w kl. Va, VIIIb, polskiego w kl. Va, tygodniowo godzin 18.
10. X. Puszet Stanisław, profesor, uczył religii w kl. Va+b, VIa+b, VIIa+b, VIIIa+b, tygodniowo godzin 16 i miewał 2 egzorty.
11. Gustawicz Bronisław, profesor, gospodarz kl. IVb, uczył geografii w kl. Ia+b, matematyki w kl. IVb, VIIb, fizyki w kl. IVb, VIIb, tygodniowo godzin 18.
12. Bylicki Franciszek, dr. filoz., nauczyciel, uczył jęz. niemieckiego w kl. IVa+b, historyi i geografii w kl. Vb, VIa, VIIIb, tygodniowo godzin 18.
13. Dziurzyński Jan, nauczyciel, zawiadowca gabinetu fizykalnego, gospodarz kl. VIIa, uczył matematyki w kl. IVa, VIa+b, VIIa, fizyki w kl. VIIa, VIIIa, tygodniowo godzin 18.
14. Zawiliński Roman, nauczyciel, zawiadowca biblioteki uczniów, uczył jęz. polskiego w kl. IVb, VIa+b, VIIa+b, tygodniowo godzin 15.
15. Bieniasz Franciszek, nauczyciel, uczył matematyki w kl. Ia+b, II, historyi naturalnéj Ia+b, VIa+b, tygodniowo godzin 17.
16. Jaglarz Andrzéj, zastępca nauczyciela, gospodarz kl. Va, uczył matematyki w kl. Va+b, VIIIa+b, fizyki w kl. IVa, VIIIb, tygodniowo godzin 18.
17. Gawalewicz Adolf, zastępca nauczyciela, gospodarz kl. IIIa, uczył jęz. niemieckiego w kl. IIIa+b, historyi i geografii w kl. II, IIIa+b, tygodniowo godzin 18.
18. Chmiołek Jan zastępca nauczyciela, zawiadowca biblioteki pomocy koleżeńskiéj, gospodarz kl. Vb, uczył jęz. łacińskiego w kl. Vb, greckiego w kl. Vb, polskiego w kl. IIIa+b, tygodniowo godzin 17.
19. Biela Jan, zastępca nauczyciela, gospodarz kl. II, uczył jęz. łacińskiego w kl. II, IVb, polskiego w kl. II, tygodniowo godzin 17.
20. X. Błonarowicz Józef, zastępca nauczyciela, uczył religii w kl. Ia+b, II, IIIa+b, IVa+b, tygodniowo godzin 14 i miewał 1 egzortę.
21. Bronikowski Kazimierz, zastępca nauczyciela, uczył jęz. greckiego w kl. VIb, tygodniowo godzin 5.
22. Barański Franciszek, zastępca nauczyciela, gospodarz kl. Ia, uczył jęz łacińskiego w kl. Ia, IIIa, polskiego w Ia, tygodniowo godzin 17.
23. Dolnicki Leon, zastępca nauczyciela, uczył jęz. niemieckiego w kl. Ib, II, historyi i geografii w kl. IVa+b, tygodniowo godzin 19.

24. Grotowski Bolesław, zastępca nauczyciela, gospodarz kl. IVa, uczył jęz. greckiego w IVa+b, polskiego w kl. IVa, niemieckiego w kl. Ia, tygodniowo godzin 17.
25. Sas Marcin, zastępca nauczyciela, gospodarz kl. IIIb, uczył jęz. łacińskiego w kl. IIIb, IVa, greckiego w kl IIIb, tygodniowo godzin 17.
26. Joniec Antoni, zastępca nauczyciela, uczył jęz. niemieckiego w kl Va+b, VIa+b, tygodniowo godzin 16.
27. Miodoński Adam, dr. filoz., zastępca nauczyciela, uczył jęz. łacińskiego w kl. VIIb, greckiego w kl. VIIa+b, tygodniowo godzin 13.

Nauczyciele przedmiotów nadobowiązkowych:

1. Rozmuski Czesław, j. w., uczył historyi kraju rodzinnego w kl VIb, VIIa+b, tygodniowo godzin 3.
2. Bylicki Franciszek, j. w., uczył historyi kraju rodzinnego w kl. VIa, tygodniowo godzina 1
3. Gawalewicz Adolf, j. w., uczył historyi kraju rodzinnego w kl. IIIa+b, tygodniowo godzin 2.
4. Dolnicki Leon, j. w., uczył historyi kraju rodzinnego w kl. IVa+b, tygodniowo godzin 2.
5. Erard-Ciechomski Wiktor, uczył jęz. francuskiego w trzech oddziałach, tygodniowo godzin 6.
6. Kosiński Władysław, j. w, uczył stenografii w dwóch oddziałach, tygodniowo godzin 2.
7. Biela Jan, j w., uczył kaligrafii, tygodniowo godzin 2.
8. Sierosławski Józef, uczył śpiewu, tygodniowo godzin 4.
9. Bogacki Józef, uczył rysunków, tygodniowo godzin 6.
10. Gawalewicz Adolf, j. w., uczył gimnastyki, tygodniowo godzin 6.

Zmiany w gronie nauczycielskiém w ciągu roku szk. 1890/1.

1. J. E. Pan Minister W. i O. zamianował reskr. z dnia 27 czerwca 1890 l. 8096 zastępcę naucz. przy tutejszym zakładzie Macieja Kołczykiewicza rzeczywistym nauczycielem głównym przy c. k. seminaryum naucz. męskiém w Tarnowie (W. Prez. R. S. Kr. z d. 12 lipca 1890 l. 562).
2. J. E Pan Minister W. i O. zamianował reskr. z dnia 26 czerw. 1890 l. 4313 dra Kazimierza Krotoskiego, zastępcę naucz. przy tutejszym zakładzie, prowizorycznym nauczy-

cielem w c. k. gimnazyum w Nowym Sączu (W. Prez. R. S. Kr. z d. 17 lipca 1890 l 573).

3. J. E. Pan Minister W. i O. reskryptem z dnia 26 czerwca 1890 l. 10601 przeniósł profesora tutejszego zakładu Grzegorza Maryniaka do c. k. gimnazyum Franciszka Józefa we Lwowie, a nadał opróżnione posady nauczycielskie w zakładzie tutejszym profesorowi c k. gimnazyum w Wadowicach Janowi Pawlicy, nauczycielowi w c. k. gimnazyum w Złoczowie Franciszkowi Bieniaszowi, nauczycielowi w c. k. gimnazyum w Kołomyi Janowi Dziurzyńskiemu, nauczycielowi w c. k. wyższéj szkole przemysłowéj w Krakowie Bronisławowi Gustawiczowi (W. Prez R. S. Kr. z d. 28 lipca 1890 l. 579).

4. Jego Ces i Król. Apostolska Mość raczył Najwyższém postanowieniem z d. 5 sierpnia 1890 najmiłościwiéj zamianować prof. i kierownika tutejszego zakładu Stanisława Siedleckiego dyrektorem tego zakładu. (Wys. c. k. Ministeryum W. i O. z d. 7 sierpnia 1890 l. 16414; — W. Prez. R. S. Kr. z d. 16 sierpnia 1890 l. 630).

5. Wys. Rada Szk. Kr. przeniosła zastępcę nauczyciela w c. k. gimnazyum w Rzeszowie Bolesława Grotowskiego do tutejszego zakładu (reskr. z d. 18 sierpnia 1890 l. 13142).

6. J. E. Pan Minister W. i O. nadał reskr. z d. 17 sierpnia 1890 l. 16414 profesorowi w c. k. gimnazyum w Tarnowie Wincentemu Maziarskiemu posadę nauczycielską w tutejszym zakładzie. (W. Prez. R. S. Kr. z d. 24 sierpnia 1890 l. 642).

7. J. E. Pan Minister W. i O. udzielił reskr. z d. 14 sierpnia 1890 l. 15177 zastępcy nauczyciela w tutejszym zakładzie Kazimierzowi Bronikowskiemu urlopu na pierwsze półrocze r. szk. 1890/1 (W. Prez. R. S. Kr. z d. 28 sierpnia 1890 l. 641), a reskr. z d. 15 stycznia 1891 l. 440 urlopu na drugie półr. (R. S. Kr. z d. 27 stycznia 1891 l. 1372).

8. W. Rada Szk. Kr. przeniosła zastępców nauczycieli w tutejszym zakładzie Antoniego Pabijana i Floryana Łozińskiego do c. k. gimnazyum św. Anny, Włodzimierza Służewskiego do c. k. gimnazyum św. Jacka, a Dra Michała Kozłowskiego do c. k. wyższéj szkoły realnéj w Krakowie; zarazem mianowała kandydata zawodu nauczycielskiego Antoniego Jońca zastępcą nauczyciela w tutejszym zakładzie (reskr. z d. 9 września 1890 l. 15511).

9. Wys. Rada Szk. Kr. mianowała Dra Adama Miodońskiego zastępcą naucz. rozp. z d. 9 stycznia 1891 l. 440.

10. J. E. Pan Minister W. i O. przeniósł reskr. z d. 7 stycznia 1891 l. 23894 prof. Józefa Kretowicza do c. k. gimnazyum w Nowym Sączu (reskr. Wys. Prez. c. k. R. S. Kr. z d. 18 stycznia 1891 l. 36).

11. Wys. c. k. Rada Szk Kr. reskryptem z 20 stycznia 1891 l. 447 zatwierdziła rzeczywistego nauczyciela Bronisława Gustawicza w zawodzie nauczycielskim i nadała mu tytuł c. k. profesora.
12. Wys. Rada Szk. Kr. zezwoliła rozp. z d. 17 marca 1891 l. 5030, by 5 godzin jęz. greckiego w kl. VIb po zast. naucz. Ad. Miodońskim objął zast. naucz. Kazimierz Bronikowski.

II.

ROZKŁAD NAUK I KSIĄŻKI SZKOLNE.

Klasa I*a*+*b*.

1. **Religia.** 2 godziny tygodniowo Nauka wiary i obyczajów podług katechizmu Schustera w tłómaczeniu polskiém Zielińskiego.
2. **Język łaciński.** 8 godź. tygodn. Nauka o formach prawidłowych i najpotrzebniejsze wiadomości o przyimkach i spójnikach na odpowiednich przykładach podług Zwięzłéj gramatyki i przykładów Z. Samolewicza. — Co tydzień zadanie szkolne.
3. **Język polski.** 3 godź. tygodn. Elementarna nauka o zdaniu pojedynczém i złożoném, odmiana imion i czasowników w głównych zarysach, najważniejsze zasady głosowni i pisowni podług gramatyki Małeckiego. Czytanie, objaśnianie i uczenie się na pamięć ustępów z I. tomu Wypisów dla klas niższych. — Co tydzień zadanie szkolne. W I. półroczu same dyktaty, w II. półr. co tydzień zadanie szkolne a raz na miesiąc zadanie domowe.
4. **Język niemiecki.** 6 godź. tygodn. Nauka na podstawie Ćwiczeń niemieckich Germana i Petelenza. — Co tydzień zadanie szkolne.
5. **Geografia** 3. godź. tygodn. Wstępne pojęcia z geografii fizycznéj i matematycznéj. Lądy, morza, półwyspy, wyspy, przylądki, jeziora, rzeki i góry Zarys krótki geografii politycznéj, podług książki Benoniego i Tatomira. Ćwiczenia kartograficzne w II. półroczu.
6. **Matematyka.** 3 godź. tygodn., naprzemian 1 godź. arytmetyka, 1 godź geometrya. a) A r y t m e t y k a: System dzie-

siątkowy liczb. Czytanie i pisanie większych liczb. Cztery działania liczbami całkowitymi niemianowanymi i mianowanymi. Metryczny system miar i wag. Podzielność liczb Największa wspólna miara i najmniejsza wspólna wielokrotność. Ułamki zwyczajne i dziesiętne. Rachowanie liczbami wielogatunkowymi. — b) Geometrya: Zasadnicze utwory geometryczne: Prosta, koło, kąty i linie równoległe. Trójkąt z wyłączeniem twierdzeń o przystawaniu. Zasadnicze zagadnienia wykreślne.

Książki: Arytmetyka Zajączkowskiego, część pierwsza, Geometrya Močnika w tłómaczeniu Maryniaka, część pierwsza. Co miesiąc zadanie szkolne.

7. **Historya naturalna**. 2 godź. tygodn. Zoologia. W I. półroczu: Zwierzęta ssące i niektóre formy z czterech najniższych typów. W II. półr.: Robaki i członkonogi, głównie owady, podług książki Nowickiego.

Klasa II.

1. **Religia**. 2 godź. tygodn. Dzieje starego Zakonu podług książki Dąbrowskiego.
2. **Język łaciński**. 8 godź. tygodn. Powtórzenie i uzupełnienie prawidłowej odmiany imion i słów, nieprawidłowa odmiana imion i słów, nieodmienne części mowy, ważniejsze prawidła o accus i nomin. cum infinitivo, ablativus absolutus, gerundium, gerundivum. — Co miesiąc 4 zadania szkolne.

   Książki: Zwięzła gramatyka Samolewicza i przykłady do tłómaczenia tegoż autora, część druga.
3. **Język polski**. 3 godź. tygodn. Powtórzenie i uzupełnienie najważniejszych prawideł głosowni i pisowni, odmiany imion i słów, tudzież nauki o zdaniu pojedynczém, nauka o zdaniu złożoném, interpunkcya. — Co miesiąc 3 zadania, naprzemian szkolne i domowe.

   Książki: Gramatyka Małeckiego, Wypisów dla klas niższych tom II.
4. **Język niemiecki**. 5 godź. tygodn. Powtórzenie i uzupełnienie nauki o formach w połączeniu z najważniejszymi prawidłami składni zgody, rządu i szyku Pisownia. — Czytanie, objaśnianie, opowiadanie i uczenie się na pamięć ustępów niemieckich, tudzież tłómaczenie na niemieckie ustępów polskich. Gramatyka i Wypisy Germana

i Petelenza na kl. II. — Zadanie piśmienne jak w kl. I.

5. **Historya i Geografia.** a) Historya 2 godź. tygodn.: Dzieje starożytne sposobem biograficznym opowiadane podług książki Sawczyńskiego. — b) Geografia 2 godź. tygodn: Szerokość i długość geograficzna; geografia fizyczna i polityczna Azyi i Afryki, oro- i hydrografia Europy; szczegółowy opis południowéj Europy — podług książki Baranowskiego i Dziedzickiego.

6. **Matematyka.** 3 godź. tygodn. (naprzemian 1 godź. arytmetyka, 1 godź. geometrya). a) Arytmetyka: Powtórzenie nauki o ułamkach. Najważniejsze twierdzenia o stosunkach i proporcyach. Reguła trzech prosta na podstawie proporcyi i rachunku wnioskowego. Najważniejsze rzeczy o monetach, miarach i wagach. Rachunek procentu prostego i dyskontu. — b) Geometrya: Przystawanie trójkątów i zastosowania. Najważniejsze własności koła, czworoboków i wieloboków.
Książki jak w kl. I. — Zadania jak w kl. I.

7. **Historya naturalna.** 2 godź. tygodn. W I. półroczu Zoologia: Ptaki, gady, płazy i ryby w stosownym wyborze podług książki Nowickiego. — W II. półroczu Botanika: Rozpoznanie i opis pewnéj ilości roślin zarodkowych z rozmaitych rodzin i stopniowe przygotowanie do zrozumienia ich systematycznego ugrupowania z uwzględnieniem kilkunastu roślin zarodkowych — według książki Rostafińskiego.

Klasa III*a*+*b*.

1. **Religia.** 2 godź. tygodn. Dzieje nowego zakonu podług książki Dąbrowskiego.

2. **Język łaciński.** 6 godź. tygodn. Gramatyka 3 godź. Składnia zgody i rządu podług gramatyki Samolewicza i przykładów Próchnickiego — Z Korneliusa Neposa (wyd. Patočki z słown. Zawilińskiego) czytano żywoty: Arystydesa, Cymona, Epaminondasa, Pelopidasa, Miltyadesa i Temistoklesa. — Co miesiąc dwa zadania szkolne i 1 domowe.

3. **Język grecki.** 5 godź. tygodn. Odmiana prawidłowa imion i czasowników zakończonych na „ω“ na podstawie odpowiednich przykładów — podług gramatyki Hartla-Ćwiklińskiego i przykładów Schenkla w tłómacz.

Lewickiego-Parylaka. — Od połowy I. półrocza co 14 dni zadanie domowe albo szkolne naprzemian.

4. **Język polski**. 3. godź. tygodn. a) Z gramatyki (2 razy po pół godź. na tydzień): Systematyczna nauka deklinacyi i składni rządu. Powtórzenie nieodmiennych części mowy, prawideł pisowni i znaków pisarskich podług gramatyki Małeckiego. — b) Czytanie, objaśnianie i zdawanie sprawy z ustępów w III. t. Wypisów zawartych, z podaniem krótkich wiadomości o życiu i zasługach tych pisarzy, z których dzieł poznano wyjątki; uczenie się na pamięć celniejszych ustępów. — Co 14 dni zadanie naprzemian domowe i szkolne.

5. **Język niemiecki**. 4 godź. tygodn. Nauka na podstawie gramatyki i wypisów Germana i Petelenza na kl III. — Co 14 dni zadanie szkolne lub domowe.

6. **Historya i Geografia**. 3 godź. tygodn. (naprzemian 1 godź. historya, 1 godź. geografia) a) Historya: Dzieje średniowieczne podług książki Sawczyńskiego. – b) Geografia: Uzupełnienie geografii matematycznéj. Szczegółowa geografia środkowéj, północnéj i wschodniéj Europy (z wyłączeniem monarchii austr.-węg.); geografia Ameryki i Australii, — według książki Baranowskiego i Dziedzickiego.

7. **Matematyka**. 3 godź. tygodn. (naprzemian 1 godź. aryt., 1 geom.) a) Arytmetyka: Cztery działania całkowitymi i ułamkowymi liczbami ogólnymi. Potęgi. Pierwiastki 2. i 3. stopnia. Zastosowanie skróconego mnożenia i dzielenia. — b) Geometrya: Równość i pomiar powierzchni figur płaskich. Twierdzenie Pitagorasa i zastosowania. Przemiana figur płaskich. Pomiar obwodu i powierzchni koła. Podobieństwo figur płaskich. Elipsa, hiperbola, parabola. Zastosowanie algebry do geometryi

Książki: Arytmetyka Zajączkowskiego, część II. i Geometrya Močnika w tłómaczeniu Maryniaka, część II. Zadania piśmienne jak w kl. I.

8. **Nauki przyrodnicze**. 2 godź. tygodn. W I. półr.: Mineralogia podług książki Łomnickiego. Rozpoznanie i opis kilkudziesięciu ważnych i bardzo rozpowszechnionych minerałów, bez względu na porządek systematyczny z okazaniem przy sposobności najpospolitszych skał. — W II. półroczu: Fizyka według książki Soleskiego. Ogólne i szczególne własności ciał, nauka o cieple i najważniejsze rzeczy z chemii doświadczalnéj.

Klasa IV*a*+*b*.

1. **Religia**. 2 godź. tygodn. Wykład obrzędów i religijnych zwyczajów podług książki Jachimowskiego
2. **Język łaciński**. 6 godź. tygodn. a) G r a m a t y k a (w I. półr. 3, w II. półr. 2 godź.). Właściwości w użyciu imion, nauka o użyciu czasów i trybów, infinitivus, accus. i nom. cum infin., oratio obliqua, participium, gerundium, supinum; nadto prozodya i nauka o hexametrze daktylicznym akatalektycznym i katalektycznym w 3. i 6. stopie
   b) L e k t u r a (w I. półr. 3, w II. półr. 4 godź.). a) Cezara de bello Gallico w obu oddziałach: ks. I. rozdź. 1—13, 15, 16, 21—31, 33—39, 41—44, 46—54; ks. VI. rozdź 44; ks. VII. rozdź 1—13, 16, 17, 31—36, 42 53, 55—58, 62—72, 74—90; oprócz tego w oddziele *a)* czytano ks. V. rozdź. 1—23; b) Owidego Metam. (w obu oddź.): De quattuor generis humani aetatibus i Trist. De vita sua. — Co miesiąc 2 zadania szkolne i 1 domowe.
   Książki: Gramatyka Samolewicza, Przykłady do tłómaczenia Próchnickiego, Podręcznik metryki Sasa, Caesar w wydaniu Bednarskiego, a Ovidius w wydaniu Grysara-Ziwsy-Skupniewicza.
3. **Język grecki**. 4 godź. tygodn. Uzupełnienie nauki odmiany czasowników zakończonych na „ω", słowa zakończone na „μι" i słowa nieprawidłowe, najważniejsze rzeczy ze składni na podstawie odpowiednich przykładów — podług gramatyki Curtiusa i ćwiczeń Schenkla w tłóm. Samolewicza. Co 14 dni zadanie szkolne lub do mowe naprzemian.
4. **Język polski**. 3 godź. tygodn. a) Z g r a m a t y k i (1 godź. tygodn.). Systematyczna nauka konjugacyi i składni w obrębie czasownika; systematyczna nauka o zdaniu złożoném i o okresie — Wierszowanie. — W końcu roku powtórzenie całego materyału gramatyki w ogólnym zarysie. b) C z y t a n i e w z o r ó w podług Wypisów t. IV. ze zwracaniem uwagi na układ całości czytanych ustępów. c) D e k l a m a c y a jak w kl. I. d) W y p r a c o w a n i a s t y l i s t y c z n e dwa na miesiąc, naprzemian domowe i szkolne.
   Książki: Gramatyka Małeckiego i IV. tom Wypisów dla klas niższych.
5. **Język niemiecki**. 4 godź. tygodn. a) Uzupełnienie nauki o zdaniu pojedynczém, rozwiniętém, zdaniu ściągniętém

i złożoném. O użyciu pojedynczych części mowy podług gramatyki Schobera-Germana. — b) Czytanie, objaśnianie, opowiadanie i uczenie się częściowe na pamięć ustępów niemieckich, tłómaczenie ustępów polskich, wybranych z Wypisów Hamerskiego na kl. IV.

Zadania piśmienne jak w kl. III.

6. **Historya i Geografia**. 4 godź. tygodn. W I. półr.: Dzieje nowożytne z szczególném uwzględnieniem dziejów monarchii austryacko-węgierskiéj według książki Sawczyńskiego.— W II. półr.: Geografia monarchii austryacko-węgierskiéj z krótkim poglądem na całość jéj dziejów podług książki Szaraniewicza.

7. **Matematyka**. 3 godź. tygodn. Rozkład godzin jak w kl. I. a) Arytmetyka: Równania 1 stopnia o jednéj i kilku niewiadomych oznaczone. Stosunki i proporcye. Reguła trzech składana. Reguła łańcuchowa. Procent składany. Rachunek terminu, spółki i mięszaniny. — b) Geometrya: Stereometrya.

Książki jak w kl. III. — Co miesiąc zadanie szkolne, co lekcya ćwiczenia domowe.

8. **Fizyka**. 3 godź. tygodn. Mechanika, magnetyzm, elektryczność, akustyka, optyka i ciepło promieniste według książki Soleskiego.

Klasa V*a*+*b*.

1. **Religia**. 2 godź. tygodn. Apologetyka i dogmatyka ogólna podług książki Martina w tłómaczeniu polskiém Jachimowskiego.

2 **Język łaciński**. 6 godź. tygodn. a) Lektura (5 godź.): Livius (podług wyd. Zingerlego): ks. I. 1—37 i ks. XXI. 1—29. Ovidius (wyd. Sedlmeyera): Wybór z Trist., Metam. i Fast. wraz z życiorysem obu autorów. — Uczenie się na pamięć celniejszych ustępów. — b) Lektura prywatna z Liwiusa i Owidyusa. — c) Gramatyka (1 godź.). Powtórzenie i uzupełnienie nauki o składni zgody i rządu według gramatyki Samolewicza. — Prozodya i metryka. Tłómaczenie ustępów z Jerzykowskiego, cz. I., zastosowanych do gramatyki. — Co 14 dni zadanie szkolne i domowe naprzemian.

3. **Język grecki**. 5 godź. tygodn. a) Lektura (4 godź.): W I. półr. czytano Ksenofonta ustępy z Anabazy i Cyropedyi (wyd. Fiderera); w II. półr. Iliady ks. I., ks. II. 1—165; (wyd. Scheindler-Sołtysik); Ksenofonta 3

ustępy z Cyrepodyi. — b) Gramatyka (1 godź.): Składnia zgody i rządu podług. gram. Curtiusa z tłómaczeniem odpowiednich zdań i ćwiczeń Schenkla. — Co miesiąc zadanie szkolne.

4. **Język polski.** 3 godź. tygodn. a) Z gramatyki (1 godź tygodn.): Powtórzenie i uzupełnienie ważniejszych wiadomości z głosowni i etymologii — b) Czytanie wzorów najważniejszych gatunków poezyi i prozy na podstawie Wypisów Próchnickiego i poznanie zwyklejszych tropów i figur. Wiadomości historyczno-literackie o odnośnych pisarzach. — c) Deklamacya wybranych ustępów poetycznych i prozaicznych. — d) Wypracowania stylistyczne co miesiąc naprzemian domowe i szkolne.

5. **Język niemiecki.** 4 godź tygodn. Czytanie Wypisów Jandaurka na kl. V. z odpowiedniém objaśnieniem gramatyczném i stylistyczném. Poznajomienie uczniów z istotą poezyi opisowéj i lirycznéj i szczegółowym podziałem obydwóch rodzajów. Ćwiczenia w opowiadaniu i uczenie się na pamięć celniejszych ustępów prozaicznych i poetycznych — Co 3 tygodnie zadanie domowe lub szkolne.

6. **Historya i Geografia.** 3 godź. tygodn. Dzieje starożytne aż do podbicia Italii w połączeniu z geografią państw starożytnych podług książki Gindelego w tłómaczeniu Markiewicza.

7. **Matematyka.** 4 godź. tygodn. a) Arytmetyka (2 godź.): Cztery działania zasadnicze. Podzielność liczb. Największa wspólna miara i najmniejsza wspólna wielokrotność. Nauka o systemach liczb wogóle, a szczegółowo o dziesiątkowym Ułamki zwyczajne i dziesiętne. Stosunki i proporcye w zastosowaniu. Równania 1. stopnia o jednéj i kilku niewiadomych oznaczone. Według książki Močnik-Bodyńskiego. — b) Geometrya (2 godź.): Planimetrya umiejętnie uzasadniona według książki Močnik - Staneckiego. — Co miesiąc zadanie szkolne, co lekcya ćwiczenia domowe.

8. **Historya naturalna.** 2 godź. tygodn. W I. półr. Mineralogia: Krystalografia w krótkim zarysie. Systematyczne omówienie ważniejszych minerałów ze względu na ich fizykalne, chemiczne i inne pouczające własności, z wyłączeniem form rzadkich lub dla uczniów nieprzystępnych, jednak z uwzględnieniem kilkunastu pospolitych skał. Przy końcu półrocza jak najzwięźlejszy zarys nauki o rozwoju ziemi. — Książka: Mineralogia Łomnickiego dla klas wyższych.

W II. półr.: Botanika: Charakterystyka grup ro-

ślinnych podług systemu naturalnego, tudzież cechy najważniejszych rzędów na podstawie znajomości budowy morfologicznéj i anatomicznéj typowych postaci; przy sposobności wytłómaczenie czynności życia roślin i wzmianka o zaginionych formach kopalnych, z pominięciem zbędnych systematycznych szczegółów, podług książki Rostafińskiego dla klas wyższych.

Klasa VI*a*+*b*.

1. **Religia.** 2 godź. tygodn. Dogmatyka szczegółowa podług książki Martina w tłóm. polskiém Jachimowskiego.
2. **Język łaciński.** 6 godź. tygodn. a) Lektura (5 godź.): Sallustius: Jugurtha (wyd. Linker-Sołtysik); Cicero: in Catilin. or. I. (wyd. Kornitzer-Sołtysik); Vergilius, Bucolica: I, V; Georg. ks. I. w. 1—42; 118—159; ks. II. w. 136—176; 458—590; Aen. ks. I. (wyd. Eichlera).
   b) Gramatyka (1 godź.): Powtórzono naukę o czasach, indic., coniunct. w zdaniach głównych, następstwie czasów, coniunctivus futuri w zdaniach pobocznych i pytajnych na podstawie ćwiczeń Jerzykowskiego cz. II.
   Zadania piśm. jak w kl. V.
3. **Język grecki.** 5 godź. tygodn. a) Lektura (5 godź.): W obu oddziałach Homer Iliad. VI., XII., XVI., XXIV., podług wydania Hocheggera; Herodot VII. podług wyd. Holdera; Ksenof. ustępy z Anabazy (wyd. Fiderera). — b) Lektura prywatna z Iliady i Ksenofonta.—c) Gramatyka: Nauka o czasach, trybach, infinitiwie, participium, adiect. verb., atrakcyi i przeczeniach. Ćwiczenia odpowiedne z Schenkla. — Zadania jak w kl. V.
4. **Język polski.** 3 godź. tygodn. a) Czytanie arcydzieł literatury narodowéj od połowy w. XVI. do połowy XVIII. według Wypisów Tarnowskiego-Wójcika t. I. W całości czytano Kochanowskiego Treny, Skargi kazania sejmowe II., VI., VIII. (lekt. prywatna). — b) Historya literatury na podstawie i przy sposobności czytanych wyjątków, od początku do czasów Stanisława Augusta. — c) Wypracowania stylistyczne 7 na półrocze przeważnie domowe.
5. **Język niemiecki.** 4 godź. tygodn. Czytanie tomu I. Wypisów Harwota w połączeniu z rozbiorem stylistycznym i objaśnieniami rzeczowymi, tudzież z uwzględnieniem metryki, poetyki i prozaiki. Czytano w całości „Minna von Barnhelm“ na podstawie Wypisów. Uczenie się

na pamięć celniejszych ustępów prozaicznych i poetycznych. Lektura prywatna przystępniejszych utworów autorów klasycznych (Schillera, Goethego, Lessinga, Uhlanda) w obu półroczach.

Zadania jak w kl. V. (co trzy tygodnie, naprzemian domowe i szkolne).

6. **Historya i Geografia** 4 godź. tygodn. Historya starożytna od wojen punickich. Historya średniowieczna w połączeniu z geografią aż do odkrycia Ameryki, — podług książki Gindelego w tłóm. polsk. Markiewicza.
7. **Matematyka.** 3 godź. tygodn. (naprzemian 1 godź. arytm., 1 godź. geom.). a) Arytmetyka: Ułamki ciągłe. Nauka o potęgach, pierwiastkach i logarytmach. b) Geometrya: stereometrya, goniometrya i trygonometrya do rozwiązywania trójkątów prostokątnych włącznie.

   Książki i zadania jak w kl. V.
8. **Historya naturalna.** 2 godź. tygodn Najpotrzebniejsze wiadodomości o budowie ciała ludzkiego i o czynnościach jego organów z dodaniem przy sposobności uwag z zakresu hygieny. Gromady zwierząt kręgowych i ważniejsze grupy zwierząt bezkręgowych w ich typowych postaciach, przytém własności rozwojowe, anatomiczne i morfologiczne, z uwzględnieniem ważniejszych form paleontologicznych, — podług książki Nowickiego.

Klasa VII*a*+*b*.

1. **Religia.** 2 godź. tygodn. Etyka według książki Martina w tłóm. Soleckiego.
2. **Język łaciński.** 5 godź tygodn. Lektura (4 godź.): Cic. or. II. in Catil; Laelius (wyd. Kornitzer-Sołtysik); Verg. Aen. VI. XI. w. 648—867, XII. (wyd. Eichlera).—Ćwiczenia gramatyczno-stylistyczne (1 godź.) podług książki Próchnickiego.

   Zadania jak w klasie V.
3. **Język grecki.** 4 godź tygodn. Lektura (3 godź. tygodn.): Demostenesa jego żywot i pisma, mowa przeciw Filipowi I., mowy olintyjskie 3 (wyd. Pauly); Hom. Odyss. ks. I. 1—112, VI. i XI. (wyd. Pauly-Wotke). — Co tydzień ćwiczenia gram. 1 godź.

   Zadania jak w kl. V.
4. **Język polski.** 3 godź. tygodn. a) Czytanie arcydzieł literatury narodowéj w wyjątkach, w I. półr.

podług Wypisów Tarnowskiego-Wójcika t. I., w II. półr podług Wypisów pol. (dawnych) t. II. cz. II., W całości czytano prywatnie a omawiano w szkole: Zabłockiego „Fircyka w zalotach“, Felińskiego „Barbarę Radziwiłłównę“, Brodzińskiego „Wiesława“, Mickiewicza „Wallenroda“, „Tadeusza“, „Dziady“. — b) Historya literatury od połowy w. XVIII. do Goszczyńskiego i Mochnackiego włącznie (do r. 1830). — c) Ćwiczenia retoryczne podług wskazówek instrukcyi minist. z r. 1884. — d) Wypracowania stylistyczne 5 na półrocze, przeważnie domowe.

5. **Język niemiecki**. 4 godź. tygodn. Czytano Iphigenie auf Tauris i Jungfrau von Orleans, tudzież tomik I. i II. nowel Bachema, zawierające nowelle: Nicht wie alle Andern von Ferd. Freiin v. Brackel; Mitgeholfen! Ein Dombau-Märchen v. Elise Polko; Miss Edda Brown von M. Herbert; An der friesischen Küste von Ernst Lingen w połączeniu z rozbiorem stylistycznym i objaśnieniami estetycznymi i historyczno-literackimi. Uczono się na pamięć ballad i romanc Schillera i Goethego. Z historyi literatury wzięto według Strzemchy od dawniejszych czasów do roku 1748.

Zadania jak w kl. V.

6. **Historya i Geografia**. 3 godź. tygodn. Historya nowożytna z uwzględnieniem dziejów wewnętrznych Europy i geografii aż do nowszych czasów podług książki Gindelego w tłóm. Markiewicza.

7. **Matematyka**. 3 godź. tygodn. Rozkład godzin jak w kl. VI. a) Arytmetyka: Równania kwadratowe o dwóch niewiadomych, tudzież równania wyższych stopni dające się sprowadzić na równania kwadratowe; równania odwrotne i przestępne. Ułamki łańcuchowe i równania nieoznaczone I. stopnia. Szeregi. Rachunek procentu składanego i rachunek rent. Kombinacye i wzór Newtona. — b) Geometrya: Trygonometrya. Zastosowanie algebry do geometryi i analityka płaska.

Książki i zadania jak w kl. V.

8. **Fizyka**. 3 godź. tygodn. Uzupełnienie nauki z niższego gimnazyum o ogólnych własnościach ciał. Mechanika. Nauka o cieple. Chemia nieorganiczna do azotowców wyłącznie — podług książki Soleckiego dla klas wyższych i Chemii Freunda.

9. **Propedeutyka filozofii**. 2 godź. tygodn. Logika — podług książki Kremera z dołączeniem nauki o określeniu, podziale, dowodach i metodzie.

Klasa VIII*a*+*b*.

1. **Religia.** 2. godź. tygodn. Historya kościelna podług książki Robitscha w tłóm. pol. Jachimowskiego.
2. **Język łaciński** 5 godź. tygodn. Lektura (4 godź.): Z Horacego 30 pieśni, 2 satyry, 2 listy i Carmen saeculare, podług wyd. Petscheniga. Z Tacyta Germania rozdź 27 i Hist. ks. I., według wyd. Müllera. — Lektura prywatna z Tacyta i Horacego. Ćwiczenia stylistyczne na podstawie ćwiczeń Próchnickiego 1 godź. w tygodn. — Zadania jak w kl. V.
3. **Język grecki.** 5 godź tygodn. Lektura: z Sofoklesa Antygona w wydaniu Schuberta-Majchrowicza. Z Platona Apologia i Kryton, w wyd. Krála. Z Homera Odyss. wyjątki podług wyd. Pauly-Wotke. — Lektura prywatna z Homera i Sofoklesa. - Zadania jak w kl. VII.
4. **Język polski.** 3 godź. tygodn. Literatura polska od Brodzińskiego do naszych czasów. Lektura szkolna i domowa. Czytanie najważniejszych dzieł pisarzów XIX. w. w połączeniu z rozbiorem estetycznym i objaśnieniami historyczno-literackimi. Treściwy pogląd na całą literaturę i rozwój różnych rodzajów prozy i poezyi.
   Zadania jak w kl. VII.
5. **Język niemiecki.** 4 godź. tygodn. Czytano: Hermann und Dorothea i Braut von Messina, tudzież z J. Spillmanna S. J. nowel „Wolken und Sonnenschein“ nowelle: Das Paradieszimmer, Aus sturmbewegten Tagen i Der lange Philipp w połączeniu z rozbiorem stylistycznym i objaśnieniami estetycznymi i historyczno-literackimi. Z historyi literatury wzięto według Strzemchy od r. 1748 do najnowszych czasów i powtórzono i uzupełniono dawniejsze czasy, nadto estetykę poezyi. — Co miesiąc zadanie domowe lub szkolne.
6. **Historya i Geografia.** 3 godź. tygodn. W I. półr. Dzieje monarchii austryacko-węgierskiéj z uwzględnieniem związku ich z dziejami powszechnymi podług książki Tomka w tłóm. polsk. Markiewicza. — W II. półr. Geografia i statystyka monarchii austryacko-węgierskiéj i powtórzenie historyi greckiéj i rzymskiéj podług książki Gindelego w tłóm. Markiewicza.
7. **Matematyka.** 2 godź. tygodn. Powtórzenie materyału przerobionego w 3 poprzednich klasach, głównie przez rozwiązywanie licznych zagadnień.
   Zadania i książki jak w kl. V.
8. **Fizyka.** 3 godź. tygodn. Chemia organiczna i nieorganiczna.

Elektryczność i magnetyzm. Ruch falowy. Akustyka, optyka i zasady astronomii podług książki Soleskiego dla klas wyższych i Chemii Freunda.

9. **Propedeutyka filozofii.** 2 godź. tygodn. Psychologia empiryczna według książki Crügera (Sawczyńskiego).

Nauki nadobowiązkowe.

1. **Historya kraju rodzinnego** w 8 oddziałach klasowych, po godzinie w tygodniu.
   W kl. IIIab. Dzieje Polski do końca XV. wieku.
   W kl. IVab. Dzieje do końca XVIII. wieku.
   W kl. VIab. Dzieje do końca XV. wieku według książki Lewickiego.
   W kl. VIIab. Dzieje do końca XVIII. wieku według książki Lewickiego.
2. **Język francuski** w 3 oddziałach po 2 godź. tygodn.
   Oddział I. Czytanie, tłómaczenie i uczenie się na pamięć małych anegdotek. Nauka gramatyczna na podstawie „Gramatyki praktycznéj Erarda-Ciechomskiego". Ćwiczenia piśmienne szkolne i domowe.
   Oddział II. Czytanie, tłómaczenie, uczenie się na pamięć i opowiadanie mniejszych ustępów z Wypisów Switkowskiego. Z gramatyki: Rzeczownik nieokreślony, określony, w znaczeniu cząstkowém itd., przymiotniki i określniki, zaimki. Ćwiczenia piśmienne w każdéj lekcyi.
   Oddział III. Czytanie, tłómaczenie, opowiadanie większych ustępów. Powtórzenie gramatyki. Słowo, używanie i zgoda czasów, forma bierna i zwrotna. Zadania piśmienne domowe i szkolne.
3. **Śpiew** w 2 oddziałach po 2 godź. tygodn. Śpiew chóralny.
4. **Rysunki** w 3 oddziałach.
   Oddział I. Ornamenty płaskie geometrycznéj natury z objaśnieniem o proporcyach.
   Oddział II. Ornamenty płaskie w stylu greckim z objaśnieniami o proporcyach i stylu.
   Oddział III. Rysowanie ornamentów ze wzorów. Rysowanie głów i figur z objaśnieniem o budowie głowy ludzkiéj i figury.
5. **Kaligrafia** w 2 oddziałach po 1 godź. tygodn. Pismo zwyczajne

łacińskie podług metody Piórkiewicza i niemieckie podług metody Nowickiego.
6. **Stenografia** w 2 oddziałach po 1 godź. tygodn. Oddział I. Znaki stenograficzne, łączenie ich bezpośrednie, tworzenie wyrazów, partykuły, skrócenia stałe (znaczniki), skrócenia oparte na związku gramat. i logicznym.
Oddział II. Powtarzanie skróceń; ćwiczenia praktyczne.
7. **Gimnastyka** w 6 oddziałach po 1 godzinie w tygodniu.

III.

Tematy prac piśmiennych.

---

a) W języku polskim.

KLASA Va. 1. Bielany pod Krakowem. (Opis na podstawie poet. ustępu z Fr. Wężyka). 2. Odprawa posłów krzyżackich w poemacie Mickiewicza „Grażyna". 3. Bitwa pod Kunaksą. (Według Ksenofonta). 4. Przygoda B. Winnickiego na dworze ks. Radziwiłła. (Według W. Pola). 5. Zwiastuny zimy. (Obrazek z natury). 6. Osnowa legendy Ed. Odyńca p. t. „Jałmużna". 7. Wychowanie młodzieży u Persów. (Według Ksenofonta). 8. Śmierć ostatniego z Horeszków. (Według opowiadania Gerwazego w „Panu Tadeuszu"). 9. Cyrus i Krezus. (Według Ksenofonta). 10. Widok Krakowa z kopca Kościuszki. 11. Upadek Saguntu. (Według Liwiusa). 12. Poranek wiosenny. (Obrazek z natury). 13. Pogrzeb Tadeusza Kościuszki. (Na podstawie elegii K. Ujejskiego) 14. Krzemionki pod Krakowem. (Opis według natury).

KLASA Vb. 1. Bielany pod Krakowem. (Opis według poematu Fr. Wężyka). 2. Korzyści i szkody rzek. (Według podanéj dyspozycyi). 3. Opis burzy. 4. Opisać bitwę Litwinów z Krzyżakami według „Grażyny" A. Mickiewicza. 5. Pożytek żelaza. 6. Osnowa ballady Mickiewicza: „Ucieczka". 7. Opis dworu sędziego w Soplicowie. (Według „Pana Tadeusza"). 8. Opis wigilii Bożego Narodzenia. 9. Opis kłótni podczas wieczerzy w zamku Horeszków w Soplicowie. (Według „Pana

Tadeusza"). 10. Obraz wiosny. 11. Wielkanoc. (Według W. Pola). 12. Opis majówki. (Według I. Chodźki). 13. Opis bitwy z Tatarami pod Lwowem 1675 r. (Według K. Szajnochy). 14. Obraz zamku Krzyżaków w Malborgu. (Według hr. St. Tarnowskiego).

KLASA VIa. 1. Rozwinąć myśl M. Reja zawartą w zdaniu: „Z młodu hamuj koła". 2. Znaczenie Hiszpanii w 2. wojnie punickiéj. 3. Na czém polega prawdziwe szlachectwo i sposoby jego uzyskania? (podług „Dyalogu" Orzechowskiego). 4. Pożytki i szkody kolei żelaznych. 5. Jakimi przymiotami odznaczała się Orszulka Kochanowska (podług Trenów). 6. Marmur a glina. Porównanie. 7. Skutki osłabienia władzy monarszéj w Polsce — podług 6. kazania sejmowego Skargi. 8. Przyjemności wsi a miasta. 9. Postać Katyliny — podług 1. mowy Cycerona przeciw Katylinie. 10. Przyczyny nieszczęść publicznych w Polsce w w. XVII. — podług „Lamentu" Starowolskiego. 11. Życie i obyczaje duńskie — podług Pamiętników Paska. 12. Pożytki i szkody rzek. 13. Przyczyny i skutki bitwy pod Grunwaldem 14. „Nauka bez cnoty jako miecz u szalonego i sobie i ludziom szkodzi" (na podstawie wskazówek).

KLASA VIb. 1. Czego potrzeba do prawdziwego szczęścia? — podług „Wizerunku" Reja. 2. Znaczenie Sycylii w 1. wojnie punickiéj 3. Na czém polegała „wolność" polska w w. XVI. i jakie były jéj owoce? — podług „Quincunx" Orzechowskiego. 4. Pożytki i szkody wynalazku druku. 5. Jakim sposobem ukoił Kochanowski żal po stracie Orszulki? (na podstawie Trenów). 6. Złoto a żelazo. Porównanie. 7. Przymioty umysłu i serca królowéj Anny z Rakus — podług kazania Skargi. 8. Przyjemności i nieprzyjemności zimy. 9. Plany Xerxesa względem wyprawy na Grecyą — podług Herodota. 10. Przymioty „prawego rycerza" — podług Starowolskiego. 11. Zdobycie zamku Koldyngu — podług Pamiętników Paska. 12. Pożytki i szkody ognia. 13. Wpływ wojen krzyżowych na rozwój miast. 14. „Myśl bez rozumu jako łódź na wodzie" (na podst. wskazówek).

KLASA VIIa. 1. Wykazać prawdziwość przysłowia G. Knapkiego: „Wielkie rzeczy pomału rostą". 2. Rozbiór jednéj z satyr Krasickiego. 3. Plany Karola V. i przeszkody w ich wykonaniu. 4. Charakterystyka Świstaka i Pustaka w komedyi Zabłockiego: „Fircyk w zalotach". 5 Rozbiór jednego ze Śpiewów historycznych Niemcewicza. 6. Tok myśli w „Hymnie do Boga" Woronicza. 7. Charakterystyka Jana w „Wiesławie" Brodzińskiego. 8. Rozwinąć myśl W. Pola:

„Mierność — to rzecz powszednia, lecz miara — rzecz wielka, I tylko wielką miarą stoi wielkość wszelka“. 9. Litawor a Wallenrod — charakterystyka porównawcza. 10. Mowa na temat dowolnie obrany a przez nauczyciela zatwierdzony.

KLASA VIIb. 1. Wyjaśnić znaczenie zdania A. M. Fredry: „Bądź prostym, nie bądź prostakiem“. 2. Rozbiór jednéj z satyr Krasickiego. 3. Nabytki Habsburgów z końcem XV. wieku. 4. Życie szkolne za Augusta III. — podług Pamiętników Kitowicza. 5. Tok myśli w Niemcewicza „Elegii na cmentarzu wiejskim“. 6. Charakterystyka jednéj z postaci w Felińskiego „Barbarze Radziwiłłównie“. 7. Klasycy a romantycy w „Listach“ Fr. Morawskiego. 8. Rozwinąć i uzasadnić myśl K. Brodzińskiego zawartą w dwuwierszu: „Kto garstką ziemię znosi, góry się doczeka, — Z kropli za kroplą z czasem uzbiera się rzeka“. 9. Rymwid a Halban — charakterystyka porównawcza. 10. Mowa na temat dowolnie obrany a przez nauczyciela zatwierdzony.

KLASA VIIIa. 1. O ile prawdziwe jest przysłowie: „Co się odwlecze, to nie uciecze?“ 2. Znaczenie zmysłów w umysłowym rozwoju człowieka. 3. Rozebrać jednę z ballad A. Mickiewicza. 4. Skreślić charakter Darnleja i Botwela w „Maryi Stuart“ J. Słowackiego. 5. Charakterystyka głównych osób w „Maryi“ Malczewskiego. 6. Rozwinąć i uzasadnić myśl zawartą w następujących słowach Owidego: „Principiis obsta! Sero medicina paratur, Cum mala per longas convaluere moras“. 7. Skreślić charakter księdza Definitora w poemacie L. Kondratowicza: „Urodzony Jan Dęboróg“. 8. Rozwinąć myśl zawartą w następującym dwuwierszu Mickiewicza: „Cierpi człowiek, bo służy sam sobie za kata, Sam sobie robi koło i sam się w nie wplata“ (przy egzaminie dojrzałości).

KLASA VIIIb. 1. Rozwinąć myśl zawartą w następujących wierszach: „Szczęśliwość się kryje w cieniu, Bliżéj człeka, niż rozumie; Podział tego, co życzeniu Granice założyć umie“ (Niemcewicz). 2. Wpływ wzroku i słuchu na duchowy rozwój człowieka. 3. Rozebrać jednę z romanc A. Mickiewicza. 4. Znaczenie podań i pieśni ludowych w ostatniéj epoce piśmiennictwa. 5. Charakterystyka bohatera powieści S. Goszczyńskiego „Król Zamczyska“. 6. Rozwinąć myśl zawartą w dwuwierszu Horacego: „Qui studet optatam cursu contingere metam, Multa tulit fecitque puer, sudavit et alsit“. 7. Porównać charakter bohatera tragedyi Korzeniowskiego „Mnich“ z bohaterem tragedyi Fr. Wężyka „Bolesław Śmiały“. 8. Rozwinąć i uzasadnić

myśl zawartą w dwuwierszu: „Fortior est, qui se quam qui fortissima vincit Moenia, nec virtus altius ire potest“ (przy egzaminie dojrzałości).

b) W języku niemieckim.

KLASA Va. 1. Das Pferd und das Schaf vor Zeus. (Eine Doppelfabel). 2. Die Sage von der Gründung Roms. 3. Der Ring des Polykrates. 4. Eine Erzählung von Münchhausen. 5. Das Helotenwesen in Sparta. 6. Die Sage von Theseus. 7. Das Ende des Polykrates 8. Der Graf von Habsburg. 9. Gedrängte Inhaltsangabe der Romanze Schillers „Die Bürgschaft“. 10. Der Winter. (Eine Schilderung). 11. Caesars Ermordung (nach dem gleichnamigen Lesestücke). 12. Arions Lied. (Gedankengang und sachliche Erläuterung im Anschluss an das Lesestück Nr. 15). 13. Dädalus und Ikarus. 14. Don Rodrigos erstes Auftreten. (Nach Herders Cid.).

KLASA Vb. Der Sänger von Goethe. 2. Der Mohr und der Weisse. 3. Der Herbst. 4. Die Allegorie des Menenius Agrippa. 5. Das Helotenwesen in Sparta. 6. Kyros und Kroisos (nach Xenophon). 7 Damokles. 8. Der Schenk von Limburg. 9. Der verlorene Sohn. (Eine Nacherzählung). 10. Beschreibung einer Ueberschwemmung nach Goethes „Johanna Sebus“. 11. Beschreibung des Hades (nach dem Lesestücke Nr. 15). 12. Arion (kurze Inhaltsangabe). 13. Eine Anekdote aus dem Leben Heinrich IV. 14 Cid vor dem Tode (nach Herders Cid.).

KLASA VIa. 1. Siegfrieds letztes Jagdvergnügen. 2. Charakteristik Kriemhilds. 3. Arbeit ist des Bürgers Zierde, Segen ist der Mühe Preis“ (zu erläutern). 4. Der Löwe des Androkles. (Übung in oratio obliqua) 5 Das Wasser, als Quelle des Reichthums und der Armut. 6 Gutta cavat lapidem, non vi sed saepe cadendo (zu erläutern). 7. Johann der muntere Seifensieder (nach Hagedorn). 8. Bericht über die Privatlectüre im verflossenen Semester. 9. Kurze Inhaltsangabe des Wielandschen Gedichtes: „der Vogelsang oder die drei Lehren“. 10. „Die Elemente hassen das Gebild der Menschenhand“ (zu erläutern). 11. Lebensschicksale Hüons (nach Wielands Oberon). 12. Laokoon (nach Vergils Aeneis II. 199—235). 13. Der Conflict in Lessing „Minna von Barnhelm“. 14. Die Geschichte des alten Wolfs (nach Lessing).

KLASA VIb. 1. Siegfrieds erster Aufenthalt am Hofe der Burgunden. 2. Der Nibelungenhort und seine Bedeutung für die

Entwickelung der Handlung im Nibelungenlied. 3. Allerseelentag. 4. Zwei Erzählungen von Münchhausen. (Uebung in oratio obliqua). 5. Das Glas im Dienste des Menschen. 6. Das Weihnachtsfest und dessen Bedeutung. 7. Der Waldbruder mit dem Esel (nach Hans Sachs.). 8. Bericht über die Privatlectüre im verflossenen Semester. 9. Das Lied vom braven Mann v. Bürger. (Inhaltsangabe). 10. Κρίνει καιρὸς τὸν φίλον, ὡς χρυσὸν τὸ πῦρ Nach dem Lesestücke: „Von der Freundschaft" von M. Claudius. 11. Charakteristik der Abderiten (nach Wieland). 12. Warum zürnte Juno den Trojanern? 13. Nicht der Schule muss man lernen, sondern dem Leben (nach Herder). 14. Der Rangstreit der Thiere (nach Lessing).

KLASA VIIa. Der Bescheidene. (Eine Charakterzeichnung). 2. Goethes Vater. (Ein Charakterbild nach „Dichtung und Wahrheit", als Ergebnis der Privatlectüre). 3. Entwickelung des ersten Aufzuges der Goetheschen Iphigenie. 4. In welcher Beziehung steht Johann Parricida zur Handlung in Goethes Wilhelm Tell? (als Ergebnis der Privatlectüre). 5. Verwickelung und Lösung in Goethes Iphigenie. 6. Charakterbild des Königs Philipp von Macedonien nach den Olynthischen Reden des Demonsthenes. 7. Inhalt und Zweck der Novelle „Nicht wie alle Andern" v. Ferd. Freiin von Brackel. 8. Die Reise eines Wassertropfens. 9. Einwirkungen der Kreuzzüge auf die christliche Menschheit. 10. Die tragische Schuld der Jungfrau von Orleans.

KLASA VIIb. 1. Der Prahler. (Eine Charakterzeichnung) 2. Goethes Mutter. (Ein Charakterbild nach „Dichtung und Wahrheit", als Ergebnis der Privatlectüre). 3. Inhalt und Bedeutung des Expositionsmonologs in Goethes Iphigenie. 4. Wie schildert Schiller die Bedrückung der Schweiz duch die Vögte (als Ergebnis der Privatlectüre). 5 Die dramatische Handlung in Goethes Iphigenie. 6. Charakterbild des athenischen Volkes nach den Olynthischen Reden des Demosthenes. 7. Inhalt und Zweck der Novelle: „An der friesischen Küste" von Ernst Lingen. 8. Die Bedeutung des Wassers für das Natur- und Menschenleben. 9. Welche Folgen hatte Amerikas Entdeckung? 10. Die Peripetien in Schillers Jungfrau von Orleans.

KLASA VIIIa. 1. Geringes ist die Wiege des Grossen. (Eine beweisende Abhandlung). 2. Lasst uns besser werden, gleich wirds besser sein. (Eine anwendende Abhandlung). 3. Inhalt und Zweck des dritten Gesanges von Goethes Hermann und Dorothea. 4. Fabel des Trauerspiels Maria Stuart von Słowacki. 5. Die Verwandtschaft der Charaktere Hermanns und Dorotheas. 6. Nach welchem Plan und mit welchen Argumenten lässt Plato in der Apologie den Sokrates seine Vertheidigung führen? 7. Kenntnisse

der beste Reichthum. 8. Grundzüge des Charakters der alten Griechen mit Beispielen belegt. 9. Was hat die Menschheit durch Seefahrt und Seehandel gewonnen? (zadanie przy piśmiennym egzam. dojrzałości).

KLASA VIIIb. 1. Im Reiche des Sittlichen gibt es keine Kleinigkeiten. (Eine beweisende Abhandlung). 2. Was der Mensch säet, das wird er ernten. (Eine anwendende Abhandlung). 3. Inhalt und Bedeutung des ersten Gesanges von Goethes Hermann und Dorothea. 4. Fabel des Trauerspiels Maria Stuart von Schiller. 5. Vergleichende Charakteristik des Pfarrers und Richters. 6. Charakter des Sokrates nach Plato's Apologie. 7. Jeder ist seines Glückes Schmied 8. Grundzüge des Charakters der Römer mit Beispielen belegt. 9. Die Überlegenheit Europas im Vergleich zu den übrigen Welttheilen (zadanie przy piśm. egz. dojrz.).

IV.

Egzamin dojrzałości w roku szkolnym 1890/91.

I. W terminie wrześniowym (r. 1890).

a) Egzamin piśmienny.

1. **Z języka polskiego**: Rozebrać zdanie Horacego:
„Vis consilii expers mole ruit sua,
Vim temperatam di quoque provehunt in maius".
2 **Z języka niemieckiego**: Durch welche Ursachen entstehen die Veränderungen der Erdoberfläche? a) lebende Wesen: Menschen, Thiere, Pflanzen; b) Elemente: Luft, Wasser, Feuer, Blitz, Vulkane, Erdbeben.
3. **Z języka łacińskiego**: Zadanie polsko-łacińskie Przetłómaczyć ustęp na osobnéj karcie cały napisany rozpoczynający się od słów: „Na czele walecznych hufców. . . . . . do słów: Galacyą nazwaną".
Zadanie łacińsko-polskie. Przetłómaczyć z Liwiusa XXVI. 9: „Hanibal quo die . . . . . . omnium generum atque aetatum capiebantur".
4. **Z języka greckiego**: Przetłómaczyć z Herodota VI. 132: „Μετὰ δὲ τὸ ἐν Μαραθῶνι . . . . διπλήσιον τοῦ ἀρχαίου".
5. **Z matematyki**: a) Rozwiązać równanie $1{\cdot}05^{x-3} = \sqrt[x+4]{1217{\cdot}5}$ — b) Obliczyć powierzchnię i objętość stożka prostego,

którego bok s = 124·6 cm., a kąt wierzchołkowy wynosi 37° 29′ 40″. — c) Jaką wypadnie płacić na końcu każdego roku ratę, chcąc dług 42.000 złr. przy $6^3/_4$% umorzyć w 25 latach?

b) Egzamin ustny.

Do egzaminu ustnego przystąpiło uczniów publicznych 18, prywatystów 2, externistów 3. Z tych uznano za dojrzałego z odznaczeniem prywatystę 1, za dojrzałych uczniów publicznych 10, prywatystę 1, externistów 2. Uznano za niedojrzałych uczniów publicznych 8, externistę 1.

WYKAZ

abituryentów, którzy w terminie wrześniowym (r. 1890) otrzymali świadectwo dojrzałości:

1. Augustyński Stanisław z Odporyszowa w Galicyi.
2. Bernstein Naftali z Tarnowa w Galicyi.
3. Gawenda Stanisław z Krakowa.
4. Gumiński Teofil z Woli Zdakowskiéj w Galicyi.
5. Hubaczek Michał z Krakowa.
6. Karabiński Edmund z Hołubli w Król. Polskiém.
7. Hr. Krasiński Adam z Krakowa (z odznaczeniem).
8. Lewandowski Kazimierz z Zatora w Galicyi.
9. Mucha Franciszek z Trzciany w Galicyi.
10. Salomon Ignacy z Tarnowa w Galicyi.
11. Sarad Jan z Zalasowy w Galicyi.
12. Serednicki Roman z Tarnowa w Galicyi.
13. Siekierzyński Maryan z Kolbuszowy w Galicyi.
14. Włodyga Władysław z Kęt w Galicyi.

c) Egzamin poprawczy.

Egzamin poprawczy w terminie wrześniowym (r. 1890) składało 10 uczniów tutejszego zakładu i 5 z innych zakładów. Uznano za dojrzałych abituryentów 13, 2 zaś nie przyznano świadectwa dojrzałości.

II. W terminie czerwcowym (r. 1891).

a) Egzamin piśmienny.

1. **Z języka polskiego**: W oddziale a): Rozwinąć myśl zawartą w dwuwierszu Mickiewicza:

„Cierpi człowiek, bo służy sam sobie za kata,
Sam sobie robi koło i sam się w nie wplata".

W oddziale b): Wyjaśnić i uzasadnić myśl zawartą w następującym dwuwierszu:

„Fortior est, qui se quam qui fortissima vincit
Moenia, nec virtus altius ire potest".

2. **Z języka niemieckiego**: W oddziale a): Was hat die Menschheit durch Seefahrt und Seehandel gewonnen?

W oddziale b): Die Uiberlegenheit Europas im Vergleich zu den übrigen Welttheilen.

3. **Z języka łacińskiego**: Zadanie polsko-łacińskie. W oddziale a): Przetłómaczyć na język łaciński ustęp wyjęty z dziejów starożytnych Gindelego w przekładzie Markiewicza, wyd. 2, rozpoczynający się od słów: „Już dawno nosił się Daryusz... do słów: mieniać się mieli w naczelném dowództwie".

W oddziale b): Przetłómaczyć na język łaciński ustęp wyjęty z dziejów starożytnych Gindelego, w przekł. Markiewicza, wyd. 2., str. 338, od słów: „Dwaj cnotliwi mężowie... do słów: dla widzów wyprawiał".

Zadanie łacińsko-polskie. W oddziale a): Cic. de off., I., cap. 11. od słów: „Sunt autem quaedam... do słów: sit et indictum".

W oddziale b): Cic. de finibus bonorum et malorum, V., cap. 1., od słów: „Cum audissem... do słów: sed commovit tamen".

4. **Z języka greckiego**: W oddziale a): Plat. Gorg. cap. 80. od słów: „ταῦτ' ἐστιν... do słów: ὅτου ἐστίν".

W oddziale b): Plat. Lysis. cap. 8.

5. **Z Matematyki**: W oddziale a): 1 Rozwiązać równanie:

$3^{2x(x+2)+2} + 2(4 - 3^{x^2+2x+2}) = 0.$

2. Jaka jest powierzchnia i objętość ostrosłupa prostego, który ma za podstawę dwunastobok umiarowy wpisany w koło o promieniu $r = 27{\cdot}396$ m., krawędź zaś boczna nachylona jest do podstawy pod kątem $\alpha = 61^0\ 25'\ 34''$?

3. Roczna renta 500 złr., pobierana na końcu każdego roku przez 25 lat, ma być zamieniona na inną, pobieraną przez lat 15; jaka jest ta renta, jeżeli procent wynosi $4^1/_2\%$?

W oddziale b): 1. Rozwiązać równanie:

$$x+y-\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \frac{306}{x-y}$$

$$x^2+y^2 = 1476.$$

2. Dwa stożki proste wznoszą się na wspólném kole o promieniu 512 cm. Bok jednego nachylony jest do podstawy pod kątem $\alpha = 78^0\,47'\,50''$, bok zaś drugiego pod kątem $\beta = 19^0\,33'\,10''$; jaka jest objętość i powierzchnia bryły ograniczonéj powierzchniami bocznymi obu stożków?

3. Gmina pożyczyła na wybudowanie szkoły 10.000 złr. i zobowiązała się spłacać dług ratami po 768 złr. 70 ct na końcu każdego roku; kiedy go spłaci, jeżeli procent wynosi $4^1/_2\,^0/_0$?

b) Egzamin ustny.

Do egzaminu ustnego zgłosiło się uczniów publicznych 78, prywatystów 4, externista 1. Z uczniów publicznych uznano za dojrzałych z odnaczeniem 6, świadectwo dojrzałości otrzymało uczniów publicznych 48, prywatystów 3; do egzaminu poprawczego z jednego przedmiotu po feryach przeznaczono uczniów publicznych 14, externistę 1. Reprobowano na rok uczniów publicznych 7, prywatystę 1, a bez terminu uczniów publicznych 3.

WYKAZ

abituryentów, którzy w terminie czerwcowym (r. 1891) otrzymali świadectwo dojrzałości:

1. Bannet Józef z Krakowa.
2. Bett Leon z Sanoka z Galicyi.
3. Bieroński Jan z Makowa w Galicyi.
4. Brandys Wojciech z Brodów w Galicyi (prywatysta).
5. Broniowski Kazimierz z Wieliczki w Galicyi.
6. Burtan Józef z Lubnia w Galicyi.
7. Chmielarczyk Władysław z Bochni w Galicyi (z odznaczen.).
8. Czerny Jan z Krakowa (prywatysta).
9. Czerwiński Tomasz z Sambora w Galicyi.
10. Dołkowski Adam z Pilzna w Galicyi.
11. Dziewoński Władysław z Dziekanowic w Galicyi.
12. Ekert Antoni z Krosna w Galicyi.
13. Färber Edward z Podgórza w Galicyi.

14. Gettlich Władysław z Krakowa (z odznaczeniem).
15. Goldfinger Samuel z Zakopanego w Galicyi.
16. Homolacz Emanuel z Rzędowic w Królestwie Polskiém.
17. Homolacs Stanisław z Balic w W. Ks. Krakowskiém.
18. Homolacs Karol z Balic w W. Ks. Krakowskiém.
19. Iglatowski Stanisław z Ustrzyk dolnych w Galicyi.
20. Kleczyński Władysław z Krakowa (prywatysta).
21. Kolor Antoni z Szczyrzyc w Galicyi.
22 Kopera Feliks z Krakowa.
23. Kostka Roman z Przemyśla w Galicyi.
24. Hr. Koziebrodzki Józef z Dźwiniacza w Galicyi.
25. Krzyształowicz Wincenty z Krakowa.
26. Lang Maryan z Pilzna w Galicyi (z odznaczeniem).
27. Lniski Józef z Woli Sosnowéj w Królestwie Polskiém.
28. Lorenowicz Eustachy z Rudki w Galicyi.
29. Łaciak Błażéj z Lachowic w Galicyi.
30 Matejko Jan z Warszawy w Królestwie Polskiém.
31. Maziarski Stanisław z Tarnowa w Galicyi (z odznaczeniem).
32. Miklasiński Franciszek z Rzegocina w Galicyi (z odznaczen.).
33. Hr. Moszyński Stefan z Łoniowa w Król. Polsk. (z odznacz.).
34. Nizioł Józef z Rzeszowa w Galicyi.
35. Nowak Witold z Krakowa.
36. Nycz Stanisław z Kalwaryi w Galicyi.
37. Okuniewski Stanisław z Wadowic w Galicyi.
38. Orawiec Antoni z Krzeszowa w Galicyi.
39. Oszacki Julian z Ołpin w Galicyi.
40. Hr. Przeździecki Józef z Heidelbergu w W. Ks. Badeńskiém.
41. Reifer Leon z Tarnobrzegu w Galicyi.
42. Rosenzweig Stefan z Donosów w Królestwie Polskiém.
43. Rybakiewicz Michał z Myślenic w Galicyi.
44. Sadulski Piotr z Mikluszowic w Galicyi.
45. Sawiczewski Wacław z Dziekanowic w W. Ks. Krakowsk.
46. Slęk Franciszek z Krakowa.
47. Sulimierski Kazimierz z Ropczyc w Galicyi.
48 Świeżawski Kazimierz z Bieniawy w Galicyi.
49. Szwed Józef z Pewli Małéj w Galicyi.
50. Szużic Maksymilian z Tarnowa w Galicyi.
51. Trembecki Juliusz z Krakowa.
52 Twaróg Feliks z Sambora w Galicyi.
53. Wajda Franciszek z Podgórza w Galicyi.
54. Wyżykowski Stanisław z Bortnik w Galicyi.
55. Zdański August z Nowego Sącza w Galicyi.
56. Zajączkowski Bronisław z Przemyśla w Galicyi.
57. Zalewski Władysław ze Lwowa w Galicyi.

V.

WZROST ZBIORÓW NAUKOWYCH

w roku szkolnym 1890/91.

a) Biblioteka.

I. Biblioteka nauczycieli.

Do biblioteki nauczycielskiéj przybyło w ubiegłym roku szkolnym:

W dziale	tomów i zeszytów		
	zakupionych	darowanych	razem
Filozofii	4	—	4
Pedagogii i szkolnictwa	2	3	5
Filologii klasycznéj	40	2	42
Języka polskiego	6	7	13
Języka niemieckiego	10	3	13
Innych języków	1	—	1
Geografii i historyi	18	2	20
Matematyki	5	—	5
Nauk przyrodniczych	10	—	10
Różnéj treści	50	17	67
Razem .	146	34	180

Z czasopism prenumerowano: 1) Annalen der Physik u. Chemie. — 2) Ateneum. — 3) Kwartalnik historyczny. — 4) Petermans Mittheilungen. — 5) Przewodnik bibliograficzny. — 6) Verordnungsblatt. — 7) Zeitschrift f. d. oesterr. Gymnasien

Programów i sprawozdań różnych zakładów naukowych w Przedlitawii nadesłano 186.

Do wzbogacenia biblioteki darami przyczynili się: Wys. Wydział Kraj (1 dziełem), Towarzystwo Pedagog. (1), Józef Wawel-Louis (12), Prof. Dr. Cyfrowicz (1), Dr. Kadyi (1), Dr. W. Wisłocki (2), I. von Benko za pośrednictwem W. Rady Szk. (1), wydawcy Kober i Tempsky w Pradze (2), uczeń Pagaczewski (10), Zarewicz (3).

Oprócz tego ofiarował tutejszéj bibliotece Świetny Zarząd Akademii Umiejętności w Krakowie tomów 173 wydawnictw swoich i innych dzieł, a prof. tutejszego gimnazyum Bron. Gustawicz tomów 202.

II. Biblioteka uczniów.

Zakupiono: dzieł polskich 47 w 61 tomach, dzieł niemieckich 15 w 20 tomach.

Otrzymano w darze: dzieł polskich 16 w 34 tomach, dzieł francuskich 1 w 1 tomie.

Ogółem przybyło dzieł 79 w 116 tomach.

Szanownym ofiarodawcom a zwłaszcza p. prof. Gustawiczowi za 10 dzieł w 32 tomach składa Dyrekcya serdeczne podziękowanie.

III. Biblioteka pomocy koleżeńskiéj.

Biblioteka posiada książek do użytku szkolnego 1555, atlasów 39, kart geograficznych 105.

W ciągu roku szkolnego 1891 wypożyczono biednym uczniom książek 1238, atlasów 39, map 70.

b) Gabinet fizykalny.

Do gabinetu fizykalnego zakupiono:

a)	z działu mechaniki ciał ciekłych przyrządów	3
b)	„ „ „ „ lotnych „	2
c)	„ „ kaloryki	1
d)	„ „ akustyki	1
e)	„ „ optyki	3
f)	„ „ elektryczności	4
g)	„ „ chemii	4
h)	„ „ meteorologii	1
	Razem	19

Oprócz tego zakupiono różne utensylia.

c) Gabinet historyi naturalnéj.

Sprawiono cztery gablotkowe stoliki do umieszczenia przedmiotów w klasach i drewnianą skrzynię do przechowania rysunków i tablic; zakupiono do nauki zoologii pięć metamorfoz

owadzich ustawionych w alkoholu i dziesięć zestawień biologicznych, a do nauki botaniki Frauenfelda „Algen der dalmatinischen Küste“.

Z darów przybyło: Kilkanaście okazów bursztynu z folwarku Krasuczyna we Lwowie od WP. Mik. Krasuckiego ze Lwowa; mały okaz chameleona, trzy pławikoniki, dwa pudełeczka z owadami i 37 skorup drobnych mięczaków od Ign. Wójcikiewicza z kl. VII; trzy minerały z Gräfenbergu od Al. Zarewicza z kl. VII; amonit białojurasowy i dwa krédowe jeżowce z Czapel Wielkich od Eust. Popiela z kl. VI.; cztéry koralowiny pięknie zachowane od Zygm. Ehrenpreisa z kl. VI.; ząb trzonowy mamuta od Jerzego Miklaszewskiego, auripigment od H. Zatheya, aragonit krystal. od Ant. Kuczyńskiego i trzy skorupy ślimacze od Al. Deichesa z kl. I.

VI.

a) Stypendya.

Stypendya pobierało 11 uczniów, a mianowicie:

Z fundacyi	Głowińskiego	2 uczn.	po 157·50 złr.,	raz.	315·00 złr.
„	Zakordonowéj	1 „	„ 157·50 „	„	157·50 „
„	Żurakowskiéj	1 „	„ 262·50 „	„	262·50 „
„	Radziwońskiego	1 „	„ 150·00 „	„	150·00 „
„	Zawadzkiego	1 „	„ 157·50 „	„	157·50 „
„	Towarnickiego	1 „	„ 150·00 „	„	150·00 „
„	X. Otowskiego	1 „	„ 30·00 „	„	30·00 „
„	Skarbowéj	1 „	„ 150·00 „	„	150·00 „
„	„	2 „	„ 100·00 „	„	200·00 „
			Razem	.	1572·50 złr.

b) Pomoc koleżeńska.

Dochód:

Pozostałość z roku szkolnego 1890/91	100·34 złr.
Składki uczniów	393·34 „
Dochód z innych źródeł.	55·10 „
Razem .	548·78 złr.

Rozchód:

Rozdano między ubogich uczniów.	445·88 złr
Pozostaje na rok szkolny 1891/92.	102·90 „
Razem .	548·78 złr.

Wszystkim szlachetnym ofiarodawcom składa niniejszém zarząd szczere podziękowanie.

VII.

STATYSTYKA ZAKŁADU.

	ROK SZKOLNY 1889/90. Klasa I	II a	II b	III a	III b	IV a	IV b	V a	V b	VI a	VI b	VII a	VII b	VIII a	VIII b	Razem
1. Frekwencya uczniów.																
Z końcem r. szk. 1889/90 liczono:																
Uczniów publicznych	46	38	37	30	31	34	30	36	39	28	27	40	37	33	35	=521
Uczniów prywatnych	5	1	—	2	3	2	3	2	2	1	1	4	1	1	1	= 29
Razem	51	39	37	32	34	36	33	38	41	29	28	44	38	34	36	=550

	ROK SZKOLNY 1890/91. Klasa I a	I b	II	III a	III b	IV a	IV b	V a	V b	VI a	VI b	VII a	VII b	VIII a	VIII b	Razem
Na początku i w ciągu roku szk. 1890/91 wpisało się uczniów publicznych i prywatnych	52	53	59	41	41	34	31	37	34	42	41	33	31	43	39	=611
Z tych było:																
Uczniów tutejszych z promocyą	—	—	46	32	30	28	22	28	22	34	33	29	18	42	33	=397
Repetentów tutejszych	3	1	5	3	4	2	3	4	3	3	6	2	2	—	2	= 43
Uczniów nowych z promocyą	46	46	4	2	3	3	2	4	6	4	2	2	7	1	4	=136
Repetentów obcych	3	6	4	4	4	1	4	1	3	1	—	—	4	—	—	= 35
Z końcem roku szk. było:																
Uczniów publicznych	41	44	47	34	34	28	28	33	30	36	36	29	29	37	36	=522
Prywatystów	1	1	8	1	—	3	2	1	—	2	1	1	—	2	1	= 24
	42	45	55	35	34	31	30	34	30	38	37	30	29	39	37	=546
W ciągu r. szk. 1891 wystąpiło:	10	8	4	6	7	3	1	3	4	4	4	3	2	4	2	= 65
Razem	52	53	59	41	41	34	31	37	34	42	41	33	31	43	39	

	I a	I b	II	III a	III b	IV a	IV b	V a	V b	VI a	VI b	VII a	VII b	VIII a	VIII b	Razem
2. Z końcem roku szk. 1891 było uczniów rodem:																
Z Krakowa i W. Ks. Krakowsk.	18	22	25	15	10	14	18	15	13	17	13	12	12	16	11	=231
Z Galicyi	17	19	26	18	20	12	10	12	14	15	19	10	15	18	24	=249
Z Szląska austryackiego	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	= 1
Z Czech	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	= 1
Z Morawy	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	= 1
Z Austryi	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	= 1
Z Węgier	—	1	1	—	—	—	—	—	1	—	1	—	—	—	—	= 4
Z Westfalii	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	= 1
Z W. Ks. Badeńskiego	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	= 1
Z W. Ks. Poznańskiego	—	—	—	—	1	—	—	1	—	—	—	1	—	—	—	= 3
Z Kongresówki	5	2	3	2	2	5	2	5	2	4	4	3	1	4	2	= 46
Z Litwy	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	= 1
Z Podola rosyjskiego	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	= 1
Z Ukrainy	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	= 1
Z Rosyi południowéj	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	= 1
Z Francyi	1	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	= 2
Z Włoch	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	= 1
Razem	42	45	55	35	34	31	30	34	30	38	37	30	29	39	37	=546
3. Z końcem roku szk. 1891 było:																
Polaków	42	44	55	35	34	31	29	33	30	38	37	29	29	39	36	=541
Rusinów	—	1	—	—	—	—	1	1	—	—	—	1	—	—	1	= 5
Razem	42	45	55	35	34	31	30	34	30	38	37	30	29	39	37	=546
4. Z końcem roku szk. 1891 było:																
Uczniów wyznania rzymsko-kat.	36	38	53	28	33	27	23	31	26	32	27	25	24	37	28	=468
„ „ grecko-katol.	—	1	—	—	—	—	1	1	—	—	—	1	—	—	1	= 5
„ „ ewang. (augsb.)	—	—	—	1	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	= 2
„ „ mojżeszowego	6	6	2	6	1	4	5	2	4	6	10	4	5	2	8	= 71
Razem	42	45	55	35	34	31	30	34	30	38	37	30	29	39	37	=546

	ROK SZKOLNY 1890/91.															
	Klasa															Razem
	I		II	III		IV		V		VI		VII		VIII		
5. Wiek uczniów.	a	b		a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	
Z końcem roku szkol. 1891 było uczniów mających lat 11.....	10	13	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	= 23
„ „ „ 12.....	11	10	16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	= 37
„ „ „ 13.....	9	8	15	8	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	= 41
„ „ „ 14.....	4	7	12	11	13	11	5	4	1	—	—	—	—	—	—	= 68
„ „ „ 15.....	7	5	3	7	12	7	14	16	5	6	1	—	—	—	—	= 83
„ „ „ 16.....	—	2	7	4	7	5	4	5	7	16	7	4	1	—	—	= 69
„ „ „ 17.....	1	—	2	3	—	3	6	4	10	5	9	9	3	9	3	= 67
„ „ „ 18.....	—	—	—	1	1	2	—	3	5	8	11	9	9	9	5	= 63
„ „ „ 19.....	—	—	—	1	—	2	1	1	1	3	5	5	5	10	14	= 48
„ „ . 20.....	—	—	—	—	—	—	—	1	1	—	3	2	6	5	6	= 24
„ „ „ 21.....	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	1	5	6	= 13
„ „ „ 22.....	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	1	1	2	= 5
„ „ „ 23.....	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	1	—	—	= 2
„ „ „ 24.....	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	1	= 3
Razem.....	42	45	55	35	34	31	30	34	30	38	37	30	29	39	37	=546
6. Klasyfikacya uczniów. Wynik egzaminu popr. i uzupełn. po feryach roku szkolnego 1890.	I	II a	II b													
a) Do egzam. popr. przypuszcz..	6	7	5	2	5	6	7	2	9	6	3	9	8	1	2	= 78
Otrzymało świadectwo stop. I...	5	7	5	2	4	5	7	2	9	6	3	9	8	1	2	= 75
Otrzymało świadectwo stop. II..	1	—	—	—	1	1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	= 3
b) Do egz. uzupełn. przypuszcz..	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	= 1
Otrzymało świadectwo stop. I...	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	= 1
Klasyfikacya uczniów publicznych i prywatystów (+).	I a	I b	II													
a) za I. półrocze 1891:																
Stopień celujący............	5+1	3	4+3	2	3	1	3	7	1	2	—	1	—	3+1	1	= 36+5
„ pierwszy	25	25	22+2	22+1	17	20	21+1	16+1	14	22	19+1	20	26	19+1	22	=310+7
„ drugi	7	13	22	11	11	5+1	2	7	10	12	17	6+1	2	11	8+1	=144+3
„ trzeci	12	8	5	3	8	4	3	3	7	4	3	2	—	3	4	= 69
Razem.....	49+1	49	53+5	38+1	39	30+1	29+1	33+1	32	40	39+1	29+1	28	36+2	35+1	=559+15
b) za II. półrocze 1891:																
Stopień celujący............	6+1	5	8+2	2	3	1	3	9	1	3	1	3	—	[illegible]	[illegible]	[illegible]
„ pierwszy	22	23+1	16+5	20+1	18	22+2	20+1	18	11	23+2	17+1	22	23	29+2	34+1	=318+16
„ drugi	—	6	8	3	3	—	1	—	5	1	4	2	1	—	—	= 34
„ trzeci	8	6	3	2	3	2	1	4	5	—	1	—	—	—	—	= 35
Przeznaczono:																
Do egzaminu poprawczego	5	4	10+1	7	7	3+1	3+1	2+1	8	9	13	2+1	5	6	—	= 84+5
Do egzaminu uzupełniającego ..	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	= 2
Razem.....	41+1	44+1	47+8	34+1	34	28+3	28+2	33+1	30	36+2	36+1	29+1	29	37+2	36+1	=522+24
7. Do końca roku szk. 1891																
Uczęszczało na naukę:																
Historyi kraju rodzinnego......	—	—	—	34	34	28	28	—	—	36	36	29	29	—	—	=254
Języka francuskiego	—	—	—	5	7	1	1	1	5	1	—	1	1	—	—	= 23
Rysunków	19	12	11	2	13	3	3	—	1	1	2	3	—	—	—	= 70
Stenografii....................	—	—	—	—	—	7	5	2	3	3	1	3	1	2	1	= 28
Kaligrafii	19	26	22	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	= 67
Śpiewu	13	7	5	—	—	2	1	1	3	—	—	—	—	—	—	= 32
Gimnastyki	29	27	29	18	25	8	11	9	11	12	18	2	1	—	—	=200
8. Opłata uczniów.																
a) Całą opłatę szk. po 20 złr. złoż.:																
W półroczu I..........	36+1	32	19+5	16+1	14	16+1	16+1	18+1	18	23	22+1	18+1	18	20+2	15+1	=301+15
W półroczu II..........	20+1	21+1	26+8	16+1	17	15+3	10+2	19+1	19	24+2	22+1	21+1	12	20+2	22+1	=284+24
b) Połowę opłaty szk. po 10 złr.:																
W półroczu I..........	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—	—	= 1
W półroczu II..........	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	= 0
c) Od całej opłaty było uwoln.:																
W półroczu I..........	13	16	34	24	25	14	13	15	15	17	18	11	10	19	22	=266
W półroczu II..........	23	25	24	18	17	15	18	15	11	14	15	9	17	10	14	=245
Opłata szkolna wynosiła:																
W I. półroczu złr. 6.570																
W II. półroczu złr. 6.160																
Razem złr. 12.730																
Taksę wstępną po 2·10 złr. płaciło.	49	52	14	6	8	5	7	7	12	5	2	3	14	4	5	=193
Datki na środki nauk. po 1 złr. złoż.	52	53	59	41	41	34	31	37	34	42	41	33	31	43	39	=611
Taksa wstępu wynosiła złr. 405·30																
Z datków wpłynęło złr. 611.—																
Razem złr. 1016·30																

VIII.

Kronika zakładu.

Wpisy uczniów na rok szk. 1890/91 odbywały się w ostatnich dniach sierpnia, egzamina wstępne do kl. I. d. 30 czerwca i 1 lipca, tudzież 1 i 2 września, a egzamina wstępne do klas wyższych i egzamina poprawcze w ostatnich dniach sierpnia.

Egzamin wstępny do kl. I. składało 114 uczniów, z tych reprobowano 25.

Wpisano na początku i w ciągu roku szk. uczniów publicznych i prywatnych 611; klasę I. i klasy III.—VIII. podzielono każdą na dwa oddziały; zakład liczył przeto w tym roku szk. 15 oddziałów klasowych.

Rok szkolny rozpoczęto dnia 3 września uroczystém nabożeństwem w kościele św. Anny.

Egzamin dojrzałości całkowity i poprawczy odbył się po feryach piśmienny w dniach 9—13, a ustny w dniach 18—22 września 1890 pod przewodnictwem c. k. Inspektora szkół średnich WP. Dra Zygmunta Samolewicza.

W ciągu roku uczniowie zakładu brali udział w nabożeństwach w kościele św. Anny: dnia 4 października i dnia 19 listopada z powodu Imienin Ich Ces. i Król. Apostolskich Mości, Najjaśniejszego Pana i Najjaśniejszéj Pani; dnia 5 maja za duszę ś p. Cesarzowéj Maryi Anny, a dnia 27 czerwca za duszę ś. p. Cesarza Ferdynanda.

Z powodu 500-letniéj rocznicy urodzin św. Jana Kantego odbyło się w dniu 22 października 1890 uroczyste nabożeństwo w kościele św. Anny, w którém udział wzięły wszystkie szkoły średnie. Dzień ten był wolny od nauki szkolnéj.

Od 17 listopada do 3 grudnia 1890 odbył c. k. Inspektor szkół średnich WP. Dr. Zygmunt Samolewicz lustracyą zakładu.

Dnia 29 listopada 1890 urządziła młodzież wieczorek deklamacyjno-muzykalny ku uczczeniu pamięci Adama Mickiewicza, na którym przemówił do młodzieży prof. Dr. Antoni Kosiba.

Za spokój duszy byłego Inspektora szkół średnich ś. p. Antoniego Czarkowskiego, zmarłego 10 kwietnia 1891, odbyło się nabożeństwo żałobne 24 kwietnia 1891 w kościele św. Anny, w którém udział wzięła młodzież gimnazyalna.

Piśmienny egzamin dojrzałości w terminie letnim odbył się w dniach 11—16 maja, a ustny pod przewodnictwem c. k. Inspektora szkół średnich WP. Dra Zygmunta Samolewicza w dniach 4—19 czerwca.

W ciągu roku szkolnego przystępowała młodzież szkolna trzy razy do św. Sakramentów Pokuty i Ołtarza i odprawiła w wielkim tygodniu rekolekcye wielkanocne.

Rok szkolny zakończono dnia 28 czerwca uroczystém nabożeństwem dziękczynném, po którém otrzymali uczniowie świadectwa za II. półrocze.



IX.

KLASYFIKACYA UCZNIÓW

za II. półrocze roku szkolnego 1891.

Klasa Ia.

1. **Figiel Michał**
2. **Hofmann Stanisław**
3. **Limanowski Zygmunt**
4. **Lubecki Kazimierz**
5. **Miklaszewski Jerzy**
6. **Rozmuski Stanisław**
7. Bielański Antoni
8. Chraca Jan
9. Chybiński Adolf
10. Deiches Aleksander
11. Dobrowolski Józef
12. Faden Emanuel
13. Friedmann Samuel
14. Gałczyński Władysł.
15. Jaworowski Mieczysł.
16. Kantorek Stefan
17. Kowalówka Piotr
18. Krongold Tuk-Leib
19. Lenartowicz Władysł.
20. Mastalski Stanisław
21. Pohoski Michał
22. Radwański Artur
23. Sikorski Józef
24. Strzelbicki Jan
25. Süsskind Eliasz
26. Wilk Antoni
27. Zenker Ryszard
28. Żarliński Władysław

Pryw. **Boniecki Michał**

Do egzaminu poprawczego po feryach przzpuszczono uczniów 5; stopień trzeci otrzymało uczniów 8.

Klasa Ib.

1. **Karnkowski Władysł.**
2. **Maciąg Adam**
3. **Szlachetka Józef**
4. **Sztorc Ludwik**
5. **Wandasiewicz Adam**
6. Brincska Michał
7. Drobniak Wojciech
8. Eber Salomon
9. Frisch Stefan
10. Grabowski Maryan
11. Gumiński Bolesław
12. Gustawicz Władysł.
13. Hubert Henryk
14. Immerglück Michał
15. Krasucki Stefan
16. Kudas Cezar
17. Kwoczyński Antoni
18. Marcinek Antoni
19. Markowitz Aron
20. Nodzeński Jan
21. Pająk Franciszek
22. Polewka Andrzej
23. Praeger Natan
24. Riess Stanisław
25. Schalscha Leon
26. Starzyński Stefan
27. Telichowski Roman
28. Zathey Hugo

Pryw. hr. Morstin And.

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów 4; stopień drugi otrzymało 6, stopień trzeci 6 uczniów.

Klasa II.

1. **Bieder Eliasz**
2. **Dziurzyński Tadeusz**
3. **Hartmann Emil**
4. **Jarosz Jan**
5. **Lekszycki Antoni**
6. **Marszałek Wincenty**
7. **Milanyak Andrzej**
8. **Pawlica Władysław**
9. Balcarczyk Adolf
10. Czerwiński Mieczysław
11. Eker Stanisław
12. Filasiewicz Klaudjusz
13. Hoffmann Romuald
14. Jarra Rajmund
15. Klein Franciszek
16. Koch Władysław
17. Machowski Władysł.
18. Niesiołowski Witold
19. Pisarski Tadeusz
20. Rybacki Włodzimierz
21. Rybakiewicz Tadeusz
22. Sikorski Tadeusz
23. Witaliński Maryan
24. Zajdzikowski Kazim.

Pryw. **Popiel Wacław**
Starzewski Kazim.
Bogusz Witold
Brzeziński Stanisław
Dunin Stefan
Hr. Wodzicki Maur.
Żeleński Juliusz

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów publicznych 10, prywatystę 1; do egzaminu uzupełniającego przeznaczono 2; stopień drugi otrzymało 8, stopień trzeci 3 uczniów.

Klasa IIIa.

1. **Burtan Wojciech**
2. **Palarz Kazimierz**
3. Bajer Józef
4. Cybulski Tadeusz
5. Dutki Hersch Ozyasz
6. Filasiewicz Witold
7. Gąsiorek Karol
8. Haller Mieczysław
9. Hubert Zdzisław
10. Karpiński Tadeusz
11. Komorowski Cezar
12. Korolewicz Stanisław
13. Kremer Stanisław
14. Niemczewski Wład.
15. Pisek Józef
16. Reich Samuel
17. Salamon Berisch
18. Schatz Leib
19. Skrzyński Franciszek
20. Strojek Stanisław
21. Wiśniowski Józef
22. Żarliński Hieronim

Pryw. Żeleński Edward.

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów 7; stopień drugi otrzymało 3, stopień trzeci 2 uczniów.

Klasa IIIb.

1. **Kosiński Józef**
2. **Krzemień Kasper**
3. **Sinko Tadeusz**
4. Bochenek Lucyan
5. Bylicki Andrzej
6. Gadulski Teofil
7. Galiński Bronisław
8. Guzikowski Michał
9. Huss Jan
10. Jeż Stanisław
11. Klima Teofil
12. Kukulski Józef
13. Lack Izrael
14. Lenartowicz Jan
15. Lipiński Zdzisław
16. Longchamps Zenon
17. Morajka Jakób
18. Niedziałkowski Artur
19. Nowara Franciszek
20. Schnitzel Alfred
21. Szczerbowski Karol

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów 7; stopień drugi otrzymało 3, stopień trzeci 3 uczniów.

Klasa IVa.

1. **Jarosz Rajmund**
2. Berhang Saul
3. Büttner Andrzej
4. Chmielnicki Julian
5. Czermiński Jan
6. Gałuszka Ludomir

7. Girtler Zygmunt
8. Hinzinger Roman
9. Horowitz Izrael
10. Hubert Kazimierz
11. Korolewicz Władysł.
12. Krupiński Stanisław
13. Małdziński Kazimierz
14. Michałowski Ludwik
15. Nodzyński Feliks
16. Ottmann Włodzimierz
17. Hr. Pusłowski Włodź.
18. Pykosz Władysław
19. Reiner Rudolf
20. Sierosławski Stanisł.
21. Slęk Stefan
22. Sokołowski Włodź.
23. Süsser Abraham

Pryw. Ożegalski Ludwik
Przeździecki Jan

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów publicznych 3, prywatystę 1; stopień trzeci otrzymało 2 uczniów.

Klasa IVb.

1. **Lauer Izak**
2. **Rożankowski Stefan**
3. **Staszkiewicz Henryk**
4. Borzęcki Jan
5. Chwalibogowski Arpad
6. Eker Albert
7. Fałek Franciszek
8. Gorczyński Floryan
9. Gutmann Józef
10. Jaworowski Kazimierz
11. Krzyształowicz Kazim.
12. Kwieciński Stefan
13. Łukaszewski Stanisł.
14. Müller Samuel
15. Nodzeński Julian
16. Pogorzelski Dyonizy
17. Skrzyński Aleksander
18. Szpor Romuald
19. Tabaczyński Wład.
20. Tislowitz Izak
21. Westfried Eliakim
22. Wiszniewski Jerzy
23. Zakrzewski Tadeusz

Pryw. Maciołowski Julian

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów publicznych 3, prywatystę 1; stopień drugi otrzymał 1, stopień trzeci 1 uczeń.

Klasa Va.

1. **Fuchs Stefan**
2. **Gielecki Wojciech**
3. **Klęsk Adolf**
4. **Hr. Scipio Roman**
5. **Siemiradzki Bolesław**
6. **Starzyński Witold**
7. **Straszewski Michał**
8. **Hr. Szeptycki Leon**
9. **Zawistowski Lucyan**
10. Bielecki Bronisław
11. Chmielarski Tadeusz
12. Gettlich Jan
13. Grünzweig Zygmunt
14. Karpiński Roman
15. Kobierzycki Łukasz
16. Lewicki Adam
17. Miłkowski Stanisław
18. Müller Witold
19. Paciorkiewicz Michał
20. Hr. Plater Henryk
21. Rogaski Stefan
22. Rybacki Edward
23. Szymoński Witold
24. Weissblum Jozua
25. Wisłocki Franciszek
26. Wójcik Julian
27. Żychoń Henryk

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów publicznych 2, prywatystę 1; stopień trzeci otrzymało 4 uczniów.

Klasa Vb.

1. **Łachecki Kazimierz**
2. Bartik Aleksander
3. Hr. Dębicki Jerzy
4. Gawlik Stanisław
5. Kaden Witold
6. Knobel Naftali
7. Kocyan Stanisław
8. Lessel Aleksander
9. Łakociński Tadeusz
10. Mallik Włodzimierz
11. Ostrowski Adam
12. Szwarc Jan Kanty

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów 8; stopień drugi otrzymało 5, stopień trzeci 5 uczniów.

Klasa VIa.

1. **Dyduch Tomasz**
2. **Eisenberg Filip**
3. **Rozmuski Tadeusz**
4. Banaś Antoni
5. Ehrenpreis Zygmunt
6. Feill Franciszek
7. Fitak Franciszek
8. Holzer Izak
9. Kleinblat Zygmunt
10. Kopff Wiktor Adam
11. Kopff Władysław
12. Krzanowski Aleksan.
13. Ks Lubomirski Stan.
14. Hr. Moszynski Stan.
15. Moyseowicz Leon
16. Nieniewski Paweł
17. Paruch Jan
18. Popiel Eustachy
19. Hr. Rostworowski Jan
20. Hr. Rostworowski Kaz.
21. Śmietana Wacław
22. Truskolaski Ernest
23. Turowicz August
24. Waśniowski Antoni
25. Zakrzeński Julian
26. Zathey Stanisław

Pryw. Pagaczewski Julian
Zakrzewski Władysł.

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów 9; stopień drugi otrzymał 1 uczeń.

Klasa VIb.

1. **Ślósarz Antoni**
2. Better Izak
3. Birkenfeld Karol
4. Dattner Hugo
5. Deiches Adam
6. Hubert Stanisław
7. Jakubek Teofil
8. Kłębkowski Zygmunt
9. Königsberger Schabse
10. Niemczewski Feliks
11. Niemczewski Maryan
12. Okęcki Zdzisław
13. Prochal Tomasz
14. Pykosz Franciszek
15. Sikorski Stanisław
16. Tyralski Rafał
17. Waga Julian
18. Warczewski Aleksan.

Pryw. Hinze Adam.

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów 13; stopień drugi otrzymało uczniów 4, stopień trzeci 1 uczeń.

Klasa VIIa.

1. **Krischke Józef**
2. **Hr. Stadnicki Antoni**
3. **Wróblewski Władysł.**
4. Bader Wolf
5. Bielak Antoni
6. Bochenek Adam
7. Bochenek Bronisław
8. Brzechffa Tomasz
9. Cunradi Maksymilian
10. Ehrenpreis Edward
11. Górski Jan
12. Kasparek Adam
13. Lewicki Stanisław
14. Lipkowski Serafin
15. Małachowski Boles.
16. Hr. Potocki Paweł
17. Reich Artur
18. Rejowicz Władysław
19. Rozmanith Antoni
20. Skrzynski Władysław
21. Szulc Stanisław
22. Tałasiewicz Stefan
23. Zamorski Stanisław
24. Zarzycki Emanuel
25. Zielinski Józef

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów publicznych 2, prywatystę 1; stopień drugi otrzymało 2 uczniów.

Klasa VIIb.

1. Blumenfeld Fryderyk
2. Dach Adolf
3. Dąbrowski Stanisław
4. Ginalski Stanisław
5. Goldberg Löbel
6. Ilnicki Witold

7. Karasiewicz Józef
8. Kostka Stanisław
9. Kozłowski Mieczysław
10. Maschler Abraham
11. Mika Franciszek
12. Mika Jan
13. Müller Stefan
14. Neymanowski Zdzisł.
15. Reiner Juda
16. Rydel Adam
17. Siuda Antoni
18. Sobański Hieronim
19. Starzyński Eustachy
20. Stefański Zygmunt
21. Turski Stanisław
22. Wolf Jan
23. Zdanowski Juliusz

Do egzaminu poprawczego po feryach przypuszczono uczniów 5; stopień drugi otrzymał 1 uczeń.



OGŁOSZENIE.

Rok szkolny 1891/92 rozpocznie się dnia 3 września 1891.

Wpisy uczniów do gimnazyum na rok szkolny 1891/92 odbywać się będą w dniach 29, 30 i 31 sierpnia 1891 w kancelaryi zakładu.

Przy wpisie mają uczniowie tutejszego zakładu wykazać się świadectwem szkolném z ostatniego półrocza, a uczniowie przybywający z innych gimnazyów także metryką urodzenia i potwierdzeniem dyrekcyi zakładu, w którym przedtém przebywali, że nie ma przeszkody w przyjęciu ich do zakładu innego.

Uczniowie wstępujący do klasy I. powinni wykazać się metryką, a jeżeli uczęszczali przedtém do szkół publicznych, także świadectwem z ostatniego półrocza.

Przy wpisie każdy uczeń ma złożyć datek na zbiory naukowe w kwocie 1 złr., a nowo przybywający nadto wpisowe w kwocie 2 złr. 10 ct. w. a.

Opłatę szkolną wynoszącą za jedno półrocze **dwadzieścia** złr. w. a. mają uczniowie kl. II.—VIII. uiścić w ciągu pierwszych sześciu tygodni każdego półrocza, uczniowie zaś klasy I. w ciągu trzech miesięcy w I. półroczu, a w II. półr. w ciągu sześciu tygodni w sposób przepisany.

Egzamina wstępne do klasy I. odbywają się w dniach 30 czerwca i 1 lipca, tudzież 1 i 2 września.

Egzamina wstępne do klas wyższych i poprawcze odbędą się w dniach 29 do 31 sierpnia.

Stanisław Siedlecki
dyrektor.